

Capítulo 1

LECHE CONCENTRADA, EVAPORADA Y/O CONDENSADA

Jorge Fernando Vélez-Ruiz

<https://orcid.org/0000-0003-1526-989X>

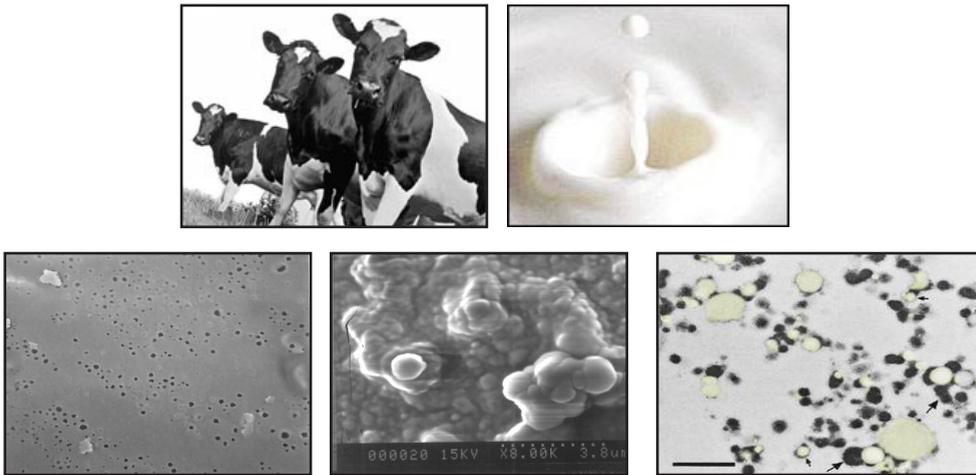
1 Introducción

La *leche condensada* es un producto lácteo que representa una de las formas más útiles y prácticas de conservar la leche de los mamíferos, principalmente de la leche de vaca. Es un alimento conservado por la eliminación parcial del agua presente en la leche por medio del proceso de evaporación. Existen diferentes tipos de este producto, como la leche evaporada y la leche azucarada, entre otros, que en esencia es la leche concentrada, con mayor contenido de sólidos lácteos o menor contenido del agua original. Y es común o del manejo público en general, que la leche condensada se refiera a la leche concentrada azucarada.

La *leche* es producida por todas las especies de mamíferos para alimentar a sus crías (Fig. 1); sin embargo, la leche de cada especie tiene una composición bromatológica diferente y por tanto propiedades diferentes. La leche se compone de agua, carbohidratos, lípidos, sustancias nitrogenadas, minerales, vitaminas, ácidos orgánicos, enzimas y gases. El agua es el componente más abundante y es el medio en el que los otros componentes están disueltos o dispersos; las sales y los azúcares se encuentran en solución, las proteínas, en su mayor parte, en estado coloidal y la materia grasa en forma de emulsión

[Miller *et al.*, 2006; Schmidt *et al.*, 1971; Smit, 2003; Vélez-Ruiz, 2017; Webb y Johnson, 1987].

Figura 1. *Diferentes aspectos de la leche, origen vacuno, alimentación de crías, leche fluida, micrografías de transmisión y electrónica de leche fresca, micrografía de leche concentrada.*



Fuente: <https://goo.gl/Zhpcgr>

El porcentaje de agua en la leche está entre 80% y 92%, valor que varía en función de la especie, la época del año, su estado de salud y de crecimiento, así como de la presencia de los otros componentes de la leche [Chandan, 2006b; Smit, 2003]. En la Tabla 1 se presentan ejemplos de la composición de la leche de diferentes mamíferos [Alais, 1985; Chandan, 2006a; Kosikowski y Mistry, 1997; Miller *et al.*, 2006; Vélez-Ruiz, 2017].

Tabla 1. *Composición en Porcentaje de la Leche de Algunos Mamíferos.*

Mamífero	Agua	Grasa	Proteínas	Caseína	Suero proteína	Lactosa	Cenizas
Búfala	83,7	6,7	4,5	3,6	0,9	4,5	0,8
Burra	91,5	0,6	1,4	0,7	0,7	6,1	0,4
Cabra	86,8	4,5	2,9	2,5	0,4	4,1	0,8
Camella	86,4	4,5	3,6	2,7	0,9	5,0	0,7
Oveja	80,7	7,3	5,5	4,6	0,9	4,8	1,0
Vaca	87,8	3,4	3,4	2,8	0,6	4,7	0,7
Yak	82,7	6,5	5,8	---	---	4,6	0,9
Yegua	88,8	1,9	2,5	1,3	1,2	6,2	0,5

Adaptada de Chandan [2006a]

La industria láctea es una de las industrias alimentarias más importantes en México y en muchos países. En el mercado existe una gran variedad de productos lácteos, algunos son para consumo inmediato, mientras que otros son productos que se transforman para obtener una vida útil mayor. Un ejemplo son las leches concentradas, las cuales tienen características muy peculiares y son la base para la elaboración de otros productos lácteos como la leche evaporada, leche condensada azucarada y leche en polvo. A mediados del siglo XIX, Gail Borden mostró cuáles eran las ventajas obtenidas al concentrar la leche, desde entonces, se ha creado una gran industria dedicada a la *concentración por evaporación de la leche*. Brasil representa el mayor mercado de *leche condensada* en el mundo. *La leche concentrada, evaporada o condensada* es el producto líquido obtenido por la eliminación de cerca del 60% del agua de la leche [Ibarz y Barbosa-Canovas, 2003; Kessler, 2002; Vélez-Ruiz, 2016, 2017].

La eliminación de agua normalmente se hace por evaporación del agua presente en la leche, al alcanzar el punto de ebullición. Esta

propiedad termodinámica del agua, en condiciones de nivel del mar (a una presión atmosférica de 101 325 Pa), sucede a 100°C. Por lo tanto, en un alimento líquido en el que existen otros componentes sólidos, en adición al agua, la temperatura de ebullición será mayor, a los 100°C, ya que es una propiedad coligativa. Las ventajas inmediatas de la concentración por evaporación son la disminución de la actividad de agua, la cual ejerce un *efecto conservador*; se tiene una disminución de peso y de volumen, se obtiene una concentración del resto de los componentes lácteos, por lo que se puede realizar la conservación de la leche producida en exceso durante ciertas épocas, aunque como consecuencia del procesamiento se genera la *modificación de las propiedades de leche*.

La evaporación como proceso ingenieril de transformación de la materia y de conservación, implica que solo se puede aplicar a alimentos líquidos, en los cuáles se realiza una transferencia de calor por conducción y convección principalmente y de transferencia de masa, tanto por difusión como convección másica, siendo más importante el fenómeno de transferencia energética o calorífica. Y debido a que este proceso implica la ebullición del fluido biológico, los componentes alimenticios pueden sufrir daño térmico, principalmente las proteínas y la lactosa; *la evaporación se realiza a bajas presiones absolutas* o, dicho de otra manera, en *condiciones de vacío*, para que el punto de ebullición de la leche sea mucho menor a los 101.5°C que es el punto de ebullición de la leche de vaca en condiciones normales (no en vacío) [Harper y Hall, 1976; Kessler, 2002; Vélez-Ruiz, 2016, 2017]. La evaporación de la leche en las plantas industriales, normalmente se lleva a cabo entre 45 y 70°C.

2 Proceso de evaporación

La evaporación es una operación unitaria de las más antiguas y ampliamente usadas en la industria alimentaria para la conservación de jugos, productos lácteos, sopas y jarabes, entre otros; se ha usado para facilitar el transporte, inducir la consistencia y el cambio de sabor, para incrementar la estabilidad de los productos concentrados

o bien como una etapa previa al proceso de secado, debido a que es más económico concentrar por aplicación de vapor, que por aplicación de aire [Harper y Hall, 1976; Kessler, 2002; McCabe *et al.*, 2008; Vélez-Ruiz, 2009, 2014, 2016, 2017].

Es un proceso que se fundamenta en el calentamiento de un alimento líquido hasta su punto de ebullición para remover el agua en forma de vapor. Los evaporadores utilizados en la industria láctea siempre operan al vacío, logrando así la disminución del punto de ebullición, porque la leche es sensible al calor y una evaporación a más de 100°C puede ocasionar desnaturalización de las proteínas de la leche. Obviamente, el punto de ebullición de la leche se incrementa cuando contiene mayor cantidad de sólidos, como quiera la evaporación no supera los 70°C en condiciones de presión reducidas [Kessler, 2002; McCabe *et al.*, 2008; Vélez-Ruiz, 2009, 2014, 2016; Webb y Johnson, 1987]

Existen diferentes tipos de equipos industriales para la evaporación de un alimento líquido calentado con vapor de agua: los evaporadores de un solo efecto, los cuales se utilizan para pequeñas cantidades de producto; los evaporadores de superficie raspada, que son muy útiles para fluidos de alta viscosidad porque ayudan a minimizar la deposición de sólidos en la superficie y los evaporadores de efecto múltiple (Figs. 2a y 2b), los cuales son los más utilizados industrialmente en la concentración de la leche, jugos y purés [Vélez-Ruiz, 2009, 2014]. Los evaporadores de película descendente, han sido ampliamente utilizados en la industria láctea [Kessler, 2002; Vélez-Ruiz, 2017; Webb y Johnson, 1987].

Un evaporador en operación se caracteriza por poseer tres zonas: la zona de calentamiento que típicamente es un intercambiador de tubos a la vez que el vapor de agua (conocido como “vapor vivo”) se transforma en líquido cediendo su calor latente de condensación al alimento; la zona de cambio de fase o de evaporación, en donde la leche alcanza su punto de ebullición y desprende el agua en forma de vapor, el agua de la leche se evapora rápidamente, y la zona de separación, donde se realiza la separación de ambas fases, separando así el vapor de la leche concentrada [Ibarz y Barbosa-Canovas, 2003;

Kessler, 2002; Vélez-Ruiz, 2014, 2017]. Normalmente se emplea una caldera para generar el denominado *vapor vivo necesario* para suministrar la energía térmica en el evaporador, conocida como *consumo*. Para minimizar el consumo están los evaporadores en serie o de múltiple efecto (Fig 2a), esto significa que existe más de una unidad de evaporación, que operan a presiones menores en cada efecto y logran un punto de ebullición más bajo en cada efecto posterior. El agua evaporada que se produce en el primer efecto sirve como medio de calentamiento para el efecto siguiente y así sucesivamente [Holland, 1975], aunque nuevos diseños como el empleo de placas en serie (Fig. 2c) y unidades con centrifugación han sido incorporados, cambiando la tradicional geometría tubular [Vélez-Ruiz, 2014, 2016]. La *relación del flujo másico de agua evaporada con respecto al flujo másico de vapor suministrado* se conoce como *economía*; así la economía de un equipo con un solo evaporador o efecto es menor a la unidad, mientras que en un evaporador de dos efectos o más aumenta, y es mayor a uno, y obviamente es proporcional al número de unidades.

Figura 2. Evaporadores de múltiple efecto, de tres (a) y cuatro efectos con termocompresor (b). Evaporadores de placas (c).





C

Existen varios aspectos del alimento que se toman en cuenta tanto para el diseño de los equipos como para establecer las condiciones del proceso y seleccionar el equipo de evaporación que se va a utilizar [Kessler, 2002; Vélez-Ruiz, 2009, 2014, 2017]. Entre los principales están, *la elevación del punto de ebullición (EPE)* y *el aumento en la viscosidad* o cambio en las propiedades de flujo de la leche con mayor concentración de sólidos. Adicionalmente, *la termo sensibilidad de los componentes* y *la pérdida de volátiles*, son otros dos aspectos a considerar; en el caso de la leche el primero es más importante debido a su riqueza en nutrientes, ya que el segundo es beneficioso, porque se eliminan los olores de establo. Y en lo que se refiere a la transferencia de calor, además de las propiedades térmicas, tanto *la formación de costra*, como *la formación de espuma* también se consideran porque disminuyen el coeficiente global de transferencia de calor; generando una resistencia conductiva adicional, y disminuyendo el coeficiente convectivo de la leche, respectivamente.

Durante el proceso de evaporación, la leche sufre cambios en sus propiedades, entre ellos el pH y la acidez. El pH disminuye aproximadamente 0.3 unidades cuando se remueve la mitad del agua y 0.5 unidades cuando se remueve la tercera parte del agua del producto [Walstra *et al.*, 2006]. Otras propiedades modificadas de manera importante durante el proceso de concentración, son el aumento en el punto de ebullición y la densidad, la modificación de las propiedades de flujo y/o aumento en la viscosidad aparente, así como las térmicas.

El proceso general que sigue la leche en una industria lechera está integrado por las siguientes operaciones unitarias: 1) recepción en donde se cuantifica y se analiza la calidad de la leche, 2) estandarización de las masas o lotes de leche en tanques de agitación y mezcla, donde se combinan volúmenes de leche con diferentes características, se agregan sólidos o grasa para alcanzar un nivel específico, manejado por cada industria (por ejemplo, estandarización a 16.5% de sólidos); 3) precalentamiento variable en función de la leche a producir, incluyendo o no la clarificación a alta o baja temperatura, según la presencia de ciertos materiales a ser eliminados precisamente en esta etapa; 4) homogenización para reducir el tamaño de los glóbulos de grasa, según si la leche sea entera, semidescremada o magra; 5) evaporación de la leche (45-70°C) como el proceso importante en este producto lácteo, para alcanzar el nivel de sólidos necesario o deseado (45% por ejemplo); 6) envasado en latas o frascos con un tratamiento térmico esterilizante, según el tipo de proceso y su posterior almacenamiento.

Las variantes en los parámetros de proceso, la presencia de otras operaciones o su ausencia previa a la evaporación, así como los procesos posteriores a la concentración son función del producto lácteo a elaborar. La llamada leche condensada es *leche concentrada que se encuentra en una etapa intermedia de fabricación*. Algunos compradores industriales, tales como productores de chocolates, pasteles y sopas compran *leche descremada condensada o leche entera condensada* a granel y especifican la composición que requieren. En la *leche condensada sobrecalentada*, el *tratamiento de calor adicional* (al final de la etapa de condensado) imparte ciertas propiedades, aumenta la capacidad de absorción de humedad de las proteínas de la leche e incrementa la viscosidad del concentrado, substancialmente; modificaciones que son deseables para usos industriales específicos como en *helados y productos horneados*.

En la *leche evaporada*, el *precalentamiento* por un lado incrementa la estabilidad térmica de la leche, lo cual permite calentamientos posteriores del producto lácteo mediante una transferencia de calor apreciablemente más intensa. Por otro lado, la *esterilización* des-

truye a los microorganismos y enzimas. En la *evaporación* hay una pérdida de la mitad de agua, y en el producto final tanto la lactosa como las proteínas causan cierto grado de oscurecimiento que continúa durante el almacenamiento. El contenido de “Latas viejas” o con mucho tiempo de almacenamiento (> 6 meses) pueden presentar color oscuro, naturaleza ácida y posible “agotamiento” del sabor.

Mientras que, en la *leche condensada azucarada*, la principal diferencia con respecto a la leche evaporada, es la *adición de azúcar* en condiciones asépticas, en donde el control del fenómeno de cristalización de la lactosa se hace sembrando “semillas de sacarosa”, el azucarado contribuye a la preservación de la leche. Las especificaciones para la *leche condensada azucarada* requieren no menos de 8.5% de grasa de leche, 28% de sólidos totales de leche, y una concentración de 61.5% de sacarosa en agua. Este producto lácteo no necesita ser esterilizado debido a la alta presión osmótica ejercida por los sólidos, principalmente los azúcares. Es de un sabor menos cocido, color blanquecino-cremoso, más claro y con consistencia de jarabe. La composición de algunos productos lácteos, se incluye en la Tabla 2 con propósitos de comparación.

Tabla 2. Composición química (en porcentaje) de algunos productos lácteos.

Componente	Leche		Leche Concentrada:			Leche en Polvo:	
	Fresca	Entera	Descremada	Evaporada	Azucarada	Entera	Descremada
Agua	87.5	66	68.5	≤ 73.6	26	4	5
Sólidos	12.5	34	31.5	≥ 26.4	74	96	95
Grasa	3.5	10	0.5	≥ 7.7	9	26	1.5
Proteína	3.3	9	12	≥ 6.3	9	27	34
Lactosa	4.9	13	16	≥ 10.9	12	37	50
Minerales	0.8	2	2	≥ 1.5	0.8	6	8
Sacarosa	0	0	0	0	41	0	0

Modificado de Alais [1985], Smit [2003], Vélez-Ruiz [2017], Webb y Johnson [1987].

3 Fundamentos ingenieriles de la evaporación

Como operación unitaria de la industria de alimentos, los fundamentos de la misma son los balances de materia y de energía desde el punto de vista macroscópico, mientras que la transferencia de calor constituye el fenómeno de transporte más importante. Los balances de masa y energía térmica aplicados a un equipo de evaporación en condiciones de operación estable, permiten calcular, por un lado, la *capacidad* o cantidad de agua evaporada por medio de un balance másico sobre la leche, y por otro, el *consumo* o cantidad de vapor vivo necesario por medio de un balance másico sobre el vapor suministrado. La relación entre ambos parámetros de diseño constituye la

economía de un evaporador como la cantidad de agua eliminada con respecto al vapor suministrado, que es menor de 1.0 en un evaporador simple o mayor a 1.0 en los evaporadores de doble o múltiple efecto. Adicionalmente, la aplicación de los fundamentos matemáticos de la transferencia de calor (TC) permite obtener el área de transferencia necesaria [Geankoplis, 2006; Kern, 1983; McCabe *et al.*, 2008; Vélez-Ruiz, 2014, 2016].

Considerando dos de los tres mecanismos de TC, la *conducción* a través de las paredes de la zona de intercambio de calor y la *convección*, por un lado, entre el vapor vivo y la pared y por otro, entre la leche y la pared, implican las ecuaciones de Fourier y del enfriamiento de Newton:

$$\text{Conducción} \quad dQ = -kA \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

$$\text{Convección} \quad dQ = -hAdT \quad (2)$$

Donde: dQ es flujo de calor (W), k es la conductividad térmica del metal ($W/m \cdot ^\circ C$), A es el área de transferencia de calor (m^2), dT/dx es el gradiente de temperatura ($^\circ C/m$) compuesta por la dT como diferencia de temperatura o fuerza impulsora ($^\circ C$ o K) y dx es la distancia o separación entre las temperaturas alta y baja del cuerpo sólido o metal (m), h es el coeficiente convectivo del fluido (vapor o leche) conocido también como coeficiente de película o superficial ($W/m^2 \cdot ^\circ C$).

Ambos mecanismos están incluidos en el coeficiente global de TC (U) que refleja la capacidad del sistema para realizar la transferencia de calor. Este parámetro representa el inverso de las resistencias térmicas involucradas en el proceso de TC ($U = 1/SR$), una resistencia convectiva interna o para la leche, la resistencia conductiva en la pared del metal y la otra resistencia convectiva externa o para el vapor, donde los coeficientes individuales h son determinantes y se busca que sean de la mayor magnitud posible, favoreciendo la turbulencia de los flujos correspondientes.

$$Q=UA\Delta T_{ML} \quad (3)$$

Donde: Q es el flujo total de calor (W), U es el coeficiente global de TC ($W/m^2 \cdot ^\circ C$), A representa el área de transferencia de calor superficial, correspondiente a los tubos o placas (m^2), y ΔT_{ML} es diferencia de temperatura promedio ($^\circ C$ o K), o media logarítmica.

Este coeficiente tomará diferentes magnitudes si se considera el área interna o externa como referencia, mientras que en el caso de placas no hay diferencia ($U_e = U_i$), es común utilizar el coeficiente externo cuando se trata de intercambiadores de calor de tubos.

Coficiente global basado en la superficie externa (U_e):

$$U_e = \frac{1}{\frac{1}{h_i} \left(\frac{D_o}{D_i}\right) + \frac{\Delta x}{k} \left(\frac{D_o}{D_L}\right) + \frac{1}{h_o}} \quad (4a)$$

Coficiente global basado en la superficie interna (U_i):

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_o} \left(\frac{D_i}{D_o}\right) + \frac{\Delta x}{k} \left(\frac{D_i}{D_L}\right) + \frac{1}{h_i}} \quad (4b)$$

Coficiente global para placas (U):

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_o}} \quad (4c)$$

Donde: h_i es el coeficiente convectivo interno (para el fluido correspondiente, $W/m^2 \cdot ^\circ C$), D_o es el diámetro externo del tubo (m), D_i es el diámetro interno del tubo (m), Δx es el espesor del metal del que está fabricado el tubo o la placa (m), k es la conductividad térmica de la pared del tubo o placa ($W/m \cdot ^\circ C$), D_L es el diámetro medio logarítmico (m) y h_o es el coeficiente convectivo externo (para el fluido correspondiente, $W/m^2 \cdot ^\circ C$).

Adicionalmente a las resistencias mencionadas, pueden incorporarse las resistencias por ensuciamiento que se desarrollan después de

cierto tiempo de operación del equipo y que en el caso de la leche es un factor importante a considerar. Y para la evaluación de la diferencia de temperatura media logarítmica (DT_{ML}), es necesario conocer las temperaturas de ambos fluidos, tanto en la entrada como en la salida del intercambiador de calor, que a su vez están condicionadas al tipo de arreglo paralelo o contracorriente en el equipo de TC. Sabiendo que el flujo en contracorriente favorece una distribución de temperaturas que contribuye a una mayor TC.

$$\Delta T_{ML} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)} \quad (5)$$

Donde: DT_{ML} es la fuerza impulsora media (logarítmica en este caso) del proceso de transferencia ($^{\circ}C$ o K), DT_1 es la diferencia de temperatura en la entrada del equipo ($^{\circ}C$ o K), y DT_2 es la diferencia de temperatura en la salida del intercambiador de calor ($^{\circ}C$ o K).

Detalles adicionales de todos los parámetros hasta ahora mencionados pueden ser consultados en los libros clásicos de operaciones unitarias [Geankoplis, 2006; McCabe *et al.*, 2008], así como de manera más particular para el área de alimentos en otros textos [Ibarz y Barbosa-Canovas, 2003; Vélez-Ruiz, 2009, 2014]. Éstos tratarán de reforzarse con el manejo de un par de ejemplos numéricos posteriormente; donde se aplicará el algoritmo de solución propio para este tipo de equipos de proceso y que se expresa a continuación para un equipo de evaporación de tres efectos, esquematizado por la Fig 3.

3.1 Proceso estable o sin acumulación

3.1.1 Balance de materia

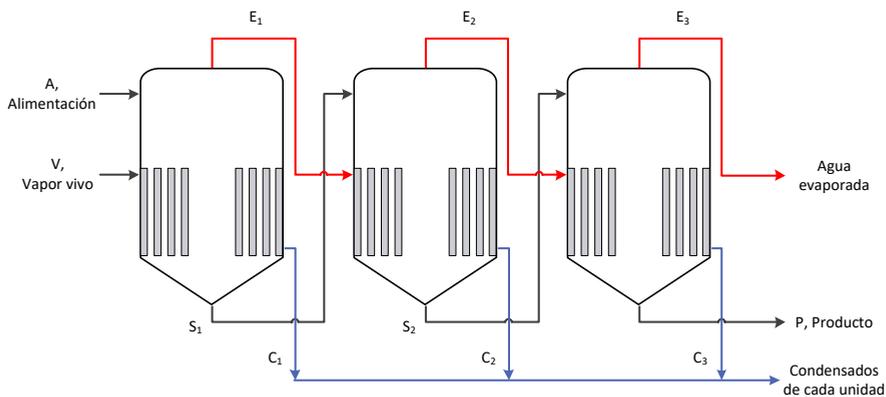
Un balance de masa en el sistema global, en un proceso estable, donde no hay acumulación, considerando que el vapor se condensa totalmente ($W_v = W_{c1}$), se tiene

$$W_A + W_v = W_{c1} + W_{c2} + W_{c3} + W_{E3} + W_p \quad (6a)$$

$$W_A = W_{E1} + W_{E2} + W_{E3} + W_p \quad (6b)$$

Donde: W es el flujo másico (kg/h) para cada una de las corrientes o flujos, A es la alimentación, V es el vapor, C es el condensado en los respectivos efectos 1, 2 y 3, respectivamente, E es el vapor generado o agua eliminada en cada efecto (1, 2 y 3), y P es el producto o concentrado resultante de la tercera unidad.

Figura 3. Esquema de un evaporador de tres efectos, alimentación directa.



Por otro lado, en la ecuación 6: W_v es el consumo ($W_v = W_{C1}$) y $W_{E1} + W_{E2} + W_{E3}$ es la capacidad de evaporación del sistema; y en los efectos 2 y 3: $W_{E1} = W_{C2}$, $W_{E2} = W_{C3}$. Adicionalmente, al considerar al alimento como mezcla binaria constituida por agua (X_A) y sólidos (X_S), se puede realizar un balance de componentes.

$$\begin{aligned} \text{Agua:} \quad & W_A(X_{AA}) = W_{C2}(1.0) + W_{C3}(1.0) + W_{E3}(1.0) + W_P(X_{AP}) \\ \text{Sólidos} \quad & W_A(X_{SA}) = W_P(X_{SP}) \end{aligned} \quad (7)$$

Para el primer efecto en que $W_v = W_{C1}$, un balance de agua y de sólidos, para la solución o licor es:

$$\begin{aligned} W_A(X_{AA}) &= W_{E1}(1.0) + W_{S1}(X_{AS1}) \\ W_A(X_{SA}) &= W_{S1}(X_{SS1}) \end{aligned} \quad (8)$$

Similarmente para la segunda unidad, en que la fase vapor $W_{E1} = W_{C2}$:

$$\begin{aligned} W_{S1} &= W_{E2}(1.0) + W_{S2}(X_{AS2}) \\ W_{S1}(X_{SS1}) &= W_{S2}(X_{SS2}) \end{aligned} \quad (9)$$

Finalmente, para el tercer evaporador (fase vapor $W_{E2} = W_{C3}$):

$$\begin{aligned} W_{S2}(X_{AS2}) &= W_{E3}(1.0) + W_P(X_{AP}) \\ W_{S2}(X_{SS2}) &= W_P(X_{SP}) \end{aligned} \quad (10)$$

Donde: X es la fracción másica de sólidos (adimensional), para sólidos (S) y agua (A); con S₁, S₂ y S₃ o P (P = S₃) identificando a las soluciones concentradas o licores provenientes de cada evaporador y expresado como flujo másico (kg/h).

3.1.2 Elevación del punto de ebullición (EPE)

Se debe considerar que en cada efecto habrá la EPE debido al aumento de sólidos en la solución, como consecuencia del proceso de concentración; donde obviamente el caso más simple es que este DT_{PE} sea insignificante para soluciones ideales. Se han realizado estudios para cuantificar este parámetro y se han propuesto tanto relaciones matemáticas ($EPE = f(X_s)$), como representaciones gráficas o diagramas de Dühring; sin embargo, no existen para la leche, sino solo para algunos jugos de frutas y soluciones de sal y azúcar [Geankoplis, 2006; Ibarz y Barbosa-Canovas, 2003; McCabe *et al.*, 2008; Vélez-Ruiz, 2014]. Este parámetro expresa de manera general, la diferencia entre el punto de ebullición de la solución y del agua.

$$EPE = \Delta T_{PE} = T_{\text{solución}} - T_{\text{agua}} \quad (\text{a la misma presión}) \quad (11)$$

Donde: DT_{PE} es la elevación del punto de ebullición (EPE, °C), $T_{\text{solución}}$ es el punto de ebullición correspondiente a la solución (°C), y T_{agua} es el punto de ebullición del agua (°C) a las mismas condiciones de operación (presión de vacío).

3.1.3 Balances de energía

De la misma manera que el balance de materia, un balance de energía global de aplicarse al equipo de tres unidades, sin perder de vista que, entre menos evaporadores, la solución algebraica será más sencilla. En este balance, se debe considerar el calor sensible de las soluciones, y tanto el agua evaporada como el vapor condensado implican el calor latente de cambio de fase, como un concepto termodinámico importante.

$$W_A \Delta h_A + W_V \Delta h_V = W_{C1} \Delta h_{C1} + W_{C2} \Delta h_{C2} + W_{C3} \Delta h_{C3} + W_{E3} \Delta h_{E3} + W_P \Delta h_P \quad (12a)$$

Donde: W es el flujo (kg/h), and Dh es la entalpía específica (kJ/kg) de cada corriente.

En este balance, además de las temperaturas base (T_1 , T_2 y T_3), la diferencia de energía entre el vapor ($W_V Dh_V$) y el condensado del primer efecto ($W_{C1} Dh_{C1}$) es la entalpía de condensación ($W_V Dh_{LV}$), por el cambio de fase.

Por lo tanto, la ecuación anterior puede modificarse parcialmente:

$$W_A \Delta h_A + W_V \Delta h_{LV} = W_{C2} \Delta h_{C2} + W_{C3} \Delta h_{C3} + W_{E3} \Delta h_{E3} + W_P \Delta h_P \quad (12b)$$

Con estas consideraciones, los correspondientes balances de energía para los tres evaporadores son:

$$W_A \Delta h_A + W_V \Delta h_V = W_{C1} \Delta h_{C1} + W_{E1} \Delta h_{E1} + W_{S1} \Delta h_{S1} \quad (13a)$$

$$W_{S1} \Delta h_{S1} + W_{E1} \Delta h_{E1} = W_{C2} \Delta h_{C2} + W_{E2} \Delta h_{E2} + W_{S2} \Delta h_{S2} \quad (13b)$$

$$W_{S2} \Delta h_{S2} + W_{E2} \Delta h_{E2} = W_{C3} \Delta h_{C3} + W_{E3} \Delta h_{E3} + W_{S3} \Delta h_{S3} \quad (13c)$$

Con la misma consideración del cambio de fase (vapor que se condensa) por un lado, y por otro, la incorporación de calor suministrado, que es precisamente una parte importante de estos equipos, la base de referencia es la temperatura de ebullición en cada evaporador; se obtienen las siguientes ecuaciones correspondientes.

$$\begin{aligned} \text{Primero} \quad W_A \Delta h_A + Q_1 &= W_{E1} \Delta h_{E1} + W_{S1} \Delta h_{S1} \\ W_V \Delta h_V &= W_{C1} \Delta h_{C1} + Q_1 \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} \text{Segundo} \quad W_{S1} \Delta h_{S1} + Q_2 &= W_{E2} \Delta h_{E2} + W_{S2} \Delta h_{S2} \\ W_{E1} \Delta h_{E1} &= W_{C2} \Delta h_{C2} + Q_2 \end{aligned} \quad (14b)$$

$$\begin{aligned} \text{Tercero} \quad W_{S2} \Delta h_{S2} + Q_3 &= W_{E3} \Delta h_{E3} + W_{S3} \Delta h_{S3} \\ W_{E2} \Delta h_{E2} &= W_{C3} \Delta h_{C3} + Q_3 \end{aligned} \quad (14c)$$

Donde: Q es el calor transferido en cada uno de los efectos (Q_1 , Q_2 and Q_3 en kW o kJ/h).

La energía calorífica de cada concentrado ($\Delta H = W Dh$) fue cancelada, en base al comentario anterior, en donde $Dh = CpDT$, en que DT es cero. Para el primer efecto es $T_1 - T_1$, para el segundo es $T_2 - T_2$ y para el tercero, igualmente $T_3 - T_3$, por la temperatura de referencia, consecuentemente $Dh_s = 0$ para cada uno de los efectos.

3.1.4 Evaluación del área de transferencia de calor

El área necesaria de TC se constituye en el parámetro de diseño más importante en esta operación unitaria, que se traduce a determinar el número de tubos o número de placas, según sea el equipo involucrado. Usualmente, tanto U como A están calculadas tomando como referencia el área externa de los tubos, lo cual no aplica para el caso de las placas.

$$Q = UA \Delta T \quad (15)$$

Donde: Q es el flujo de calor (kW), transferido de la corriente condensante de vapor al líquido alimenticio, leche en este caso; U es el coeficiente global o total de intercambio de calor que involucra los fenómenos de conducción, convección, así como las resistencias por ensuciamiento ($W/m^2 \cdot K$), DT es la diferencia de temperatura o fuerza impulsora en cada efecto ($^{\circ}C$), que es evaluada como la diferencia entre la temperatura del vapor y la temperatura de ebullición o referencia en cada efecto ($^{\circ}C$); y A es el área de TC para cada unidad de evaporación (m^2), que se constituye en el principal parámetro de diseño, como se comentó previamente.

Esto es, para el coeficiente global de TC:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_e} + R_{fe} + \frac{\Delta x D_e}{k D_{ML}} + R_{fi} + \frac{D_e}{h_i D_i}} \quad (16)$$

Donde: h_e y h_i , son los coeficientes convectivos de TC, externo e interno, cada fluido ($W/m^2 \cdot K$); R_{fe} y R_{fi} corresponden a las resistencias externa e interna por la formación de costras o ensuciamiento ($m^2 \cdot K/W$); Δx es el espesor del tubo (m); k es la conductividad térmica del metal de que está fabricado el tubo ($W/m \cdot K$); y D_e , D_i , y D_{ML} son los diámetros externo, interno y logarítmico medio de los tubos (m).

Para el caso de placas, los diámetros no se consideran por lo que el A (m^2) puede evaluarse a partir de dos relaciones geométricas.

$$A = n(\pi D_e L) = n(a L_p) \quad (17)$$

Donde: n es el número de tubos o placas; D_e es el diámetro exterior (m); L es la longitud de los tubos (m); mientras que a y L_p constituyen las longitudes efectivas (m), el ancho y largo de las placas (m), respectivamente.

El potencial térmico o fuerza impulsora (DT) en cada evaporador es:

$$\Delta T = T_v - T_n \quad (18)$$

Donde: T_v es la temperatura del vapor ($^{\circ}C$), que debe ajustarse en el caso de múltiple efecto (T_{E1} and T_{E2}); y T_n corresponde al punto de ebullición del alimento líquido en el evaporador correspondiente ($^{\circ}C$, T_1 , T_2 y T_3).

Por lo que, el área necesaria en cada unidad de evaporación viene representada por las siguientes relaciones:

Primero $Q_1 = U_1 A_1 \Delta T_1;$ (19a)

Segundo $Q_2 = U_2 A_2 \Delta T_2$ (19b)

Tercero $Q_3 = U_3 A_3 \Delta T_3$ (19c)

Que incluye los datos propios y las condiciones específicas de operación de cada unidad de evaporación.

3.1.5 Criterio práctico de solución

Para un equipo de triple efecto en que las ecuaciones fundamentales son aplicadas (6 a 10, 12 a 14 y 19), y considera que se conocen *típicamente*, el flujo de alimentación (W_A), el vacío o temperatura de ebullición del tercer efecto (T_3), la concentración final (X_p) y los coeficientes globales de TC en cada evaporador (U_1, U_2, U_3). Se generarán siete o más ecuaciones con siete o más incógnitas [Holland, 1975; McCabe *et al.*, 2008; Vélez-Ruiz, 2009, 2014, 2016].

Comúnmente, las incógnitas o variables a resolver son: i) el consumo / suministrado en el primer efecto, ii-iv) los flujos másicos de solución concentrada que sale de cada evaporador: W_{s1}, W_{s2} y W_p , v, vi) las temperaturas de ebullición necesarias para el primer y segundo efectos (T_1 and T_2), y vii) el área de TC en cada equipo. Con la suposición importante de que $A_1 = A_2 = A_3 = A$, como el detalle de diseño importante.

Para resolver el grupo de ecuaciones asociadas con el equipo de evaporación de tres efectos, se pueden utilizar varios métodos, dos de los más comunes consisten en resolver las ecuaciones no lineales por un procedimiento numérico, tal como el método de Newton-Raphson [Holland, 1975], o bien, por linealización de las ecuaciones y empleo de ciclos de iteración integrada [Ribeiro Jr y Caño Andrade, 2002], entre otros. Y aunque hay otras opciones, por ejemplo, la solución de ecuaciones con los software Polymath® y Matlab®, existe un método práctico, iterativo, que representa un excelente ejercicio para estudiantes en el salón de clase y que está fundamentado precisamente en la suposición de un área de TC idéntica en los tres efectos, lo cual además tiene mucho sentido en la es-

cala industrial. Esto puede resumirse en una secuencia de cuatro pasos [Holland, 1975; McCabe *et al.*, 2008; Vélez-Ruiz, 2009, 2014, 2016]:

- a) Suponer los puntos de ebullición en los efectos 1 y 2, que propiamente es suponer la fuerza impulsora en dichos efectos. Esto se torna más objetivo si se consideran como base de cálculo los coeficientes globales respectivos, para generar una idea inicial de dichas diferencias de temperatura.
- b) Desarrollar los balances de materia y entalpía en los tres efectos, que, con apoyo en las suposiciones anteriores y relaciones mencionadas, reducirán las ecuaciones fundamentales a un grupo tres por tres, tres ecuaciones para resolver tres incógnitas.
- c) Posteriormente resolver las ecuaciones para obtener Q_n , o flujo de calor en cada efecto.
- d) Finalmente, cerrar la iteración con la determinación del área de transferencia de calor en cada evaporador (A_n). Si el área de TC de cada unidad es la misma o dentro de un margen de error aceptable (10% de diferencia, por ejemplo), se puede considerar como una conclusión o culminación del ejercicio; de lo contrario, habrá de realizarse otra iteración.

4 Ejemplos numéricos en dos equipos de evaporación

Con fines ilustrativos y didácticos, se resolverán dos ejercicios o ejemplos, para aplicar los fundamentos y conceptos expuestos hasta el momento, para calcular los parámetros de diseño típicos en este tipo de equipos. Incluso, se manejarán dos sistemas de unidades, lo cual es muy importante y necesario para los ingenieros.

4.1 Un solo efecto, sin EPE

18 000 kg/h de *leche* previamente concentrada alimentan un equipo de evaporación de una unidad para producir un concentrado, el equipo tiene una capacidad de 9000 kg/h. La leche contiene 24% de sólidos y 25°C, deberá ser concentrada hasta 72% empleando vapor saturado a 120°C. Considerar una temperatura de ebullición de 75°C, lo cual implica que se tiene un vacío en el evaporador. Realizar los balances de materia y energía aplicando los conceptos y consideraciones comentadas previamente. La idea es que partir de esta información se evalúe la capacidad, el consumo,

la economía y el área necesaria, manejando el Sistema Internacional de Unidades.

Solución:

i) Balance de Masa

$$\text{Global} \quad 18000 + W_v = W_E + W_p + W_c$$

$$\text{Licor} \quad 18000 = W_E + W_p$$

$$\text{Sólidos} \quad (0.24) \left(18000 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \right) = W_E(0) + W_p(0.72) \therefore W_p = 6000 \left(\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right) \text{ (producto)}$$

$$\text{Y del balance de masa en la solución: } W_E = 18000 - 6000 \frac{\text{kg}}{\text{h}} = 12000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

Por lo tanto, la cantidad de leche concentrada es de 6000 kg/h, y la cantidad de agua a eliminar para alcanzar la concentración deseada es de 12 000 kg/h. El concentrado representa el triple de la concentración inicial.

ii) EPE = 0, caso sencillo.

iii) Balance de Energía.

Sabiendo, por un lado, que la alimentación es de 18 000 kg/h, y por otro, como la capacidad del equipo es de 9 000 kg/h, esto implica que el tiempo de proceso sería de 12 000 kg/h/9 000kg, es decir 1.33 horas.

Para la evaluación de la capacidad, se toma como $T_{\text{base}} = 0^\circ\text{C}$, y los datos termodinámicos de las tablas para agua del Cengel y Boles [2006], así como datos de la leche de un programa computacional, que propiamente es una base de datos [Vélez-Ruiz y Soriano Morales, 2003]. Estos datos son, entalpía del vapor (saturado, a 75°C): 2 634.6 kJ/kg; $C_p = 3.3$ para la alimentación y 1.8 kJ/kg $^\circ\text{C}$ para el concentrado, mientras que el calor de condensación a 120°C es de 2 202.1 kJ/kg.

Licor o solución (leche)

$$\begin{aligned}
 & Q + \left(18000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}\right) \left(3.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right) (25 - 0)^\circ\text{C} \\
 &= \left(12000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}\right) \left(2634.6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right) + \left(6000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}\right) \left(1.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\right) (75 - 0)^\circ\text{C} \\
 & \quad \mathbf{Q = 30,940,200 \frac{kJ}{h}}
 \end{aligned}$$

Vapor:

$$\begin{aligned}
 & W_V \Delta h_V = W_C \Delta h_C + Q \therefore Q = W_V (\Delta h_V - \Delta h_C) \\
 & W_V = \frac{Q}{\Delta h_V} = \frac{30,940,200 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}}{2202.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = \mathbf{14050.32 \frac{\text{kg}}{\text{h}}} \rightarrow \text{que es el consumo.}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la *economía* resulta de:

$$\frac{\text{Capacity}}{\text{Consumption}} = \frac{12000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}}{14050.32 \frac{\text{kg}}{\text{h}}} = \mathbf{0.85}$$

El área de transferencia de calor, requiere el conocimiento de U, el cual se asume de 900 W/m²·K [McCabe *et al.*, 2008; Vélez-Ruiz, 2014, 2016] para un evaporador típico de película descendente, por lo que si la fuerza impulsora de 120-75°C = 45°C = 45K, A se obtiene con:

$$A = \frac{\left(30,940,200 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}\right) \left(\frac{1000\text{J}}{1\text{kJ}}\right)}{\left(900 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}\right) \left(\frac{1\text{J}}{1\text{W}}\right) \left(\frac{3600\text{s}}{1\text{h}}\right) (45\text{K})} = \frac{3.09 \times 10^{10} \text{J/h}}{1.458 \times 10^8 \frac{\text{J}}{\text{hm}^2}} = \mathbf{212.21 \text{m}^2}$$

La temperatura base puede ser otra, 25, 75 o 120 °C, y al ser bien aplicados todos los fundamentos, los resultados que se obtendrían serían los mismos.

Conclusión: a partir de los balances desarrollados, si se disponen 18 000 kg/h de leche a 25°C, y se desea concentrarla desde 24 hasta 72% (de sólidos), la unidad de evaporación necesita evaporar 12 000 kg/h de agua, para producir 6 000 kg/h de concentrado. Esta evaporación implica un suministro de 14 050.32 kg/h de vapor saturado a

120°C y un área de intercambio de calor de 212.21 m², como tubos o placas en la zona de transferencia de calor.

5 Aplicación a un doble efecto

El siguiente ejercicio sirve nuevamente para evaluar los parámetros de diseño del equipo y ahora, requiere el manejo del Sistema Inglés de Unidades. Además, utiliza las temperaturas de ebullición de cada equipo como temperatura base. Con dos variantes, sin EPE y con la consideración de la EPE.

5.1 Doble efecto sin EPE

Un doble efecto con alimentación directa debe ser evaluado. Se van a concentrar 75 000 lb/h de *leche fluida* a 135°F, desde 12 hasta 45% de sólidos. Para realizar esta operación se puede disponer de vapor saturado a 212°F, además por el vacío existente en el segundo efecto la temperatura de ebullición del agua se puede considerar a 141°F. Pueden utilizarse los coeficientes globales tomados de las referencias $U_1 = 450$ y $U_2 = 300$ BTU/h ft²°F [Ibarz y Barbosa-Canovas, 2003; McCabe *et al.*, 2008; Vélez-Ruiz, 2009, 2014, 2016]. Los datos termodinámicos ahora son obtenidos de otra fuente apropiada y el Cp de la leche o solución puede ser estimado con la relación $C_p = 1 - 0.54 (X_s)$ in BTU/lb·°F. [Ibarz y Barbosa-Canovas, 2003; McCabe *et al.*, 2008; Vélez-Ruiz, 2009, 2014, 2016; Vélez-Ruiz y Soriano Morales, 2003]. Por lo que siguiendo el algoritmo se tiene la siguiente solución:

i) Balance de materia en la solución o licor:

$$W_A = W_{E1} + W_{E2} + W_P$$

Con el balance de sólidos $75000 \frac{\text{lb}}{\text{h}} (0.12) = W_P (0.45) \therefore W_P = 20000 \frac{\text{lb}}{\text{h}}$

Y, por lo tanto, la capacidad = $W_{E1} + W_{E2} = 75000 - 20000 = 55000 \frac{\text{lb}}{\text{h}}$

ii) No se considera EPE

iii) Balances de energía

Para proceder a los balances de energía en los dos efectos, se considera que la fuerza impulsora total es $DT_G = 212 - 141^\circ\text{F} = 71^\circ\text{F} = DT_1 + DT_2$. Por lo que, involucrando varios de los conceptos mencionados anteriormente:

$$Q_1 = Q_2 \therefore U_1 A_1 \Delta T_1 = U_2 A_2 \Delta T_2 \rightarrow S_1 \cdot A_1 = A_2$$

$$U_1 \Delta T_1 = U_2 \Delta T_2 \therefore \Delta T_2 = \frac{450 \frac{\text{BTU}}{\text{hft}^2 \text{ } ^\circ\text{F}}}{300 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}} \Delta T_1 = 1.50 \Delta T_1;$$

de donde $\rightarrow \Delta T_1 + 1.50 \Delta T_1 = \Delta T_G = 71^\circ\text{F}$; así que $\Delta T_1 = 28.40 \rightarrow \Delta T_2 = 42.60^\circ\text{F}$

Con esta información, el punto de ebullición para el primer efecto es: $DT_1 = 212 - T_1 = 28.4^\circ\text{F}$, entonces $T_1 = 183.6^\circ\text{F}$; y de manera semejante: $T_2 = 141^\circ\text{F} (= 183.6 - 42.6)^\circ\text{F}$, lo que corresponde a una presión absoluta de 2.895 psia (lb_f/in^2 absolutas, P_2), lo que implica la existencia de un vacío “fuerte” ($14.7 - 2.9 = 11.8$ psig).

Con estos datos, los balances de energía se pueden plantear, tomando la T_{base} como la temperatura de ebullición en cada efecto, con un C_p de 0.9352 para 12% y suponiendo 0.85 BTU/lb \cdot °F para la solución intermedia ($\sim 28\%$).

Primer evaporador, $T_{\text{base}} = 183.6^\circ\text{F}$:

$$W_A = W_{E1} + W_{S1}; \text{ sabiendo que } W_V = W_{C1}$$

$$W_A \Delta h_A + Q_1 = W_{E1} \Delta h_{E1} + W_{S1} \Delta h_{S1} \Leftrightarrow Q_1 = W_V (h_V - h_{C1}) = W_V h_{fg}$$

$$Q_1 = W_{E1} \Delta h_{E1} + W_{S1} \Delta h_{S1} - W_A \Delta h_A = W_V (h_V - h_{C1}) = W_V h_{fg}$$

$$Q_1 = 988.0 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}} W_{E1} - \left(75000 \frac{\text{lb}}{\text{h}}\right) \left(0.9352 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}^\circ\text{F}}\right) (135.0 - 183.6)^\circ\text{C} = W_V \left(970.3 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}}\right)$$

$$\therefore 970.3 W_V = 988.0 W_{E1} + 3408804 \rightarrow (1)$$

De manera semejante, para el balance en el segundo evaporador, $T_{\text{base}} = 141^\circ\text{F}$, por lo que $Dh_p = 0$ y h_{fg} es el calor de cambio de fase (para el agua y obtenido de tablas termodinámicas), a una temperatura diferente:

$$\begin{aligned}
 W_{S1} &= W_{E2} + W_P; \text{ y } W_{E1} = W_{C2}; W_{S1}\Delta h_{S1} + Q_2 = W_{E2}\Delta h_{E2} + W_P\Delta h_P \\
 Q_2 &= W_{E2}\Delta h_{E2} - W_{S1}\Delta h_{S1} = W_{E1}(h_{E1} - h_{C2}) = W_{E1}h_{fg} \\
 Q_2 &= 1014.1 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}} W_{E2} - W_{S1} \left(0.8488 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}^\circ\text{F}} \right) (183.6 - 141.0)^\circ\text{F} = W_{E1} \left(988 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}} \right) \\
 \therefore 988W_{E1} &= 1014.1W_{E2} - 36.16W_{S1} \rightarrow (2)
 \end{aligned}$$

Todos los flujos másicos (W_{S1} , W_{S2} , W_P , W_{E1} , W_{E2} , W_{C1} , W_{C2}) están en lb/h, mientras que Q_1 y Q_2 están en BTU/h.

Considerando las ecuaciones 1 y 2, se observa que existen cuatro incógnitas (W_V , W_{E1} , W_{S1} , y W_{E2}), lo cual obviamente, para un triple efecto, habría otra ecuación semejante para el tercer evaporador y existirían más incógnitas. Así, lo anterior puede ser resuelto si en adición a estas dos ecuaciones, se toman en cuenta las siguientes relaciones de masa:

(para la solución en el primer efecto); (para la solución en el segundo efecto); y por otro lado la capacidad:

Retomando las ecuaciones anteriores y procediendo a su solución por simultáneas, 3 en 2 y 4 en 2, y posteriormente en (1):

$$\begin{aligned}
 988W_{E1} &= 1014.1W_{E2} - 36.16(20000 + W_{E2}) \\
 988W_{E1} &= 977.94W_{E2} - 723200 \\
 988W_{E1} &= 977.94(55000 - W_{E1}) - 723200 \\
 1965.94W_{E1} &= 53063500 \therefore W_{E1} = \mathbf{26991.41 \frac{\text{lb}}{\text{h}}} \therefore W_{E2} = \mathbf{28008.59 \frac{\text{lb}}{\text{h}}}
 \end{aligned}$$

Por lo que al sustituir el valor de W_{E1} en las otras relaciones:

$$W_{S1} = 75000 - 26991.41 = 20000 + 28008.59 = \mathbf{48008.59 \frac{\text{lb}}{\text{h}}}$$

Lo que también permite calcular la concentración de sólidos intermedia

$$75000 \frac{\text{lb}}{\text{h}} (0.12) = 48008.59(X_{S1}) \therefore X_{S1} = \mathbf{18.75\%}$$

$$970.3W_V = 988(26991.41) + 3408804 \rightarrow W_V = \mathbf{30996.93 \frac{\text{lb}}{\text{h}}} \text{ (consumo)}$$

La economía que sería el parámetro representativo del doble efecto, resulta de la relación entre la capacidad y el consumo: $55000 \text{ lb/h} / = 1.77$

iv) Área de transferencia de calor

Este otro parámetro de diseño del evaporador se puede evaluar con los datos ya existentes y calculados, de la siguiente forma:

$$A_1 = \frac{\left(970.3 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}}\right) \left(30996.93 \frac{\text{lb}}{\text{h}}\right)}{\left(450 \frac{\text{BTU}}{\text{hft}^2\text{°F}}\right) (212 - 183.6)\text{°F}} = 2353.39\text{ft}^2$$
$$A_2 = \frac{\left(988.0 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}}\right) \left(26991.41 \frac{\text{lb}}{\text{h}}\right)}{\left(300 \frac{\text{BTU}}{\text{hft}^2\text{°F}}\right) (183.6 - 141)\text{°F}} = 2086.66\text{ft}^2$$

Se puede apreciar que son valores semejantes con una diferencia entre ambas mayor a 10%, pero menor al 10% con respecto al valor medio. Se puede proceder a realizar otra iteración para obtener un área idéntica en cada unidad, por medio de un programa computacional desarrollado para ello. Como ejercicio de clase o tarea, el área media de 2220.03 ft^2 , sería el valor que aproximadamente se obtendría en una segunda iteración, para cumplir con el objetivo.

Conclusión: con estos datos, el equipo tendría involucrar con un consumo de lb/h ; con una economía de 1.77; se evaporan en el primer evaporador, mientras que en el segundo son y se requiere un área aproximada de $2220,03 \text{ ft}^2$ ($A_1 = A_2$).

5.2 Doble efecto con EPE

Para involucrar la *EPE* en la solución de este problema, ya se tiene como referencia que la temperatura de ebullición para agua en los evaporadores sería $T_1 = 183.6\text{°F}$ y $T_2 = 141\text{°F}$, lo cual implica que la leche al tener sólidos tendría temperaturas de ebullición mayores. Para ello, se tiene información experimental sobre todo para soluciones de azúcar y sal, relaciones desarrolladas para jugos que correlacionan la *EPE* y los sólidos del alimento [Ibarz y Barbosa-Canovas, 2003; Vélez-Ruiz, 2009, 2014, 2016]. Por motivos de facilidad y

porque para leche concentrada no existe una correlación y mucho menos diagramas de Dühring, tomaremos una $DT_1 = 1.62^\circ F$ ($T_1 = 185.2^\circ F$) y $DT_2 = 4.32^\circ F$ ($T_2 = 145.3^\circ F$), esto implica modificaciones tanto en la T_{base} como en la necesidad de mayor área de TC, debido a que parte de la energía “se consume” en elevar la temperatura. Los ajustes necesarios se realizan enseguida.

Solución:

Los balances de masa no cambian y los de energía se pueden plantear, tomando las T_{base} mencionadas en cada efecto, y para agilizar el cálculo se pueden utilizar el mismo Cp de 0.935 para 12% y 0.89 BTU/lb $^\circ F$ para la solución intermedia (19%). Con modificaciones pequeñas en los calores de evaporación, debido a que el agua evaporada saldría a las temperaturas actuales.

Primer evaporador, $T_{base} = 185.2^\circ F$:

$$\begin{aligned}
 W_A &= W_{E1} + W_{S1}; \text{ sabiendo que } W_V = W_{C1} \\
 W_A \Delta h_A + Q_1 &= W_{E1} \Delta h_{E1} + W_{S1} \Delta h_{S1} \Leftrightarrow Q_1 = W_V (h_V - h_{C1}) = W_V h_{fg} \\
 Q_1 &= W_{E1} \Delta h_{E1} + W_{S1} \Delta h_{S1} - W_A \Delta h_A = W_V (h_V - h_{C1}) = W_V h_{fg} \\
 Q_1 &= 987.0 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}} W_{E1} - \left(75000 \frac{\text{lb}}{\text{h}} \right) \left(0.935 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}^\circ F} \right) (135.0 - 185.2)^\circ C = W_V \left(970.3 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}} \right) \\
 \therefore 970.3 W_V &= 987.0 W_{E1} + 3520275 \rightarrow (1')
 \end{aligned}$$

De manera semejante, para el balance en el segundo evaporador, $T_{base} = 145.3^\circ F$, por lo que $Dh_p = 0$ y h_{fg} es el calor de cambio de fase, a una temperatura diferente:

$$\begin{aligned}
 W_{S1} &= W_{E2} + W_p; \text{ y } W_{E1} = W_{C2}; W_{S1} \Delta h_{S1} + Q_2 = W_{E2} \Delta h_{E2} + W_p \Delta h_p \\
 Q_2 &= 1011.2 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}} W_{E2} - W_{S1} \left(0.89 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}^\circ F} \right) (185.2 - 145.3)^\circ F = W_{E1} \left(987 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}} \right) \\
 \therefore 987 W_{E1} &= 1011.2 W_{E2} - 35.51 W_{S1} \rightarrow (2')
 \end{aligned}$$

Considerando las ecuaciones (1' y 2') se observa igualmente que existen las mismas cuatro incógnitas (W_V , W_{E1} , W_{S1} y W_{E2}), lo que

puede ser resuelto análogamente, adicionando a estas dos ecuaciones las siguientes relaciones de masa: (solución en el primer efecto); (solución en el segundo efecto); y por otro lado la capacidad:

Retomando las ecuaciones anteriores y procediendo a su solución por simultáneas (3' en 2') y (4' en 2' y posteriormente en 1'):

$$987W_{E1} = 1011.2W_{E2} - 35.51(20000 + W_{E2})$$

$$987W_{E1} = 975.69W_{E2} - 710200$$

$$987W_{E1} = 977.28(55000 - W_{E1}) + 710200$$

$$1962.69W_{E1} = 54460600 \therefore W_{E1} = \mathbf{27747.94 \frac{lb}{h}} \therefore W_{E2} = \mathbf{27252.06 \frac{lb}{h}}$$

Por lo que al sustituir el valor de W_{E1} en las otras relaciones:

$$W_{S1} = 75000 - 27747.94 = 20000 + 27252.06 = \mathbf{47252.06 \frac{lb}{h}}$$

$$970.3W_V = 987(27747.94) + 3520275 \rightarrow W_V = \mathbf{31853.54 \frac{lb}{h}} \text{ (consumo)}$$

Mientras que la economía del equipo se vería aumentada: $55000 \text{ lb/h} / 31853.54 \text{ lb/h} = \mathbf{1.73}$, que sería el parámetro representativo del doble efecto, y disminuyó con respecto a la solución sin EPE.

iv) Área de transferencia de calor

Este otro parámetro de diseño del evaporador se puede evaluar con las modificaciones ya existentes y los datos calculados, de la siguiente forma:

$$A_1 = \frac{\left(970.3 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}}\right) \left(31853.54 \frac{\text{lb}}{\text{h}}\right)}{\left(450 \frac{\text{BTU}}{\text{hft}^2\text{°F}}\right) (212 - 185.2)\text{°F}} = \mathbf{2562.81\text{ft}^2}$$

$$A_2 = \frac{\left(987.0 \frac{\text{BTU}}{\text{lb}}\right) \left(27747.94 \frac{\text{lb}}{\text{h}}\right)}{\left(300 \frac{\text{BTU}}{\text{hft}^2\text{°F}}\right) (185.2 - 145.3)\text{°F}} = \mathbf{2287.99\text{ft}^2}$$

Y se puede apreciar que son valores muy semejantes con una diferencia entre ambas, menor al 10%. Igualmente se puede proceder a realizar otra iteración para obtener el área de TC. Como ejercicio de clase o tarea, el área media de 2425.40 ft², cumple con el objetivo.

Conclusión: con estos datos, el equipo tendría que cumplir con un *consumo mayor*; tendría una *menor economía*; las cantidades evaporadas cambian en ambos *efectos* y se requiere un área mayor. *Estos datos son más reales que aquellos obtenidos al suponer que no existe EPE.*

En estos tres ejercicios, para completar el diseño del equipo de evaporación, hay aspectos que no están considerados, y que obviamente deberán de considerarse o conocerse, tales como la eficiencia de TC en el equipo, la calidad del vapor, las dimensiones de tubos y placas, entre otros detalles. Por otro lado, la evaluación del coeficiente global de TC implica el cálculo tanto de los coeficientes convectivos para el vapor como para la leche, y sobre todo para la leche en cada uno de los evaporadores, en el sentido de que su coeficiente convectivo es menor que para el vapor y por lo tanto será el fluido que controla el proceso; para los cuales se han desarrollado relaciones empíricas para alimentos líquidos como jugos [Ibarz y Barbosa-Canoas, 2003; Macedo y Vélez-Ruiz, 2016; Vélez-Ruiz, 2009, 2014, 2016], pero poco existe para leche.

6 Estudios realizados en leche concentrada/condensada/evaporada

Es curioso, pero un alimento tan demandado y que tiene una enorme producción industrial, no ha sido completamente caracterizado, estudiado y reportado en lo que a propiedades físicas y cambios fisicoquímicos se refiere. Es muy probable que esa información la tengan las compañías manufactureras, por lo que a continuación presento la información pública a la que he podido acceder, o la que he contribuido a generar, muy entusiastamente.

Varios de los estudios realizados antes de 1990, estuvieron centrados en dos aspectos, los cambios fisicoquímicos durante el almacenamiento

[Samel y Muers, 1962a; Schmidt *et al.*, 1971] y las propiedades físicas, principalmente la viscosidad [Bloore y Boag, 1981; Fernández-Martín, 1972; Ibarz Ribas *et al.*, 1987; Newstead *et al.*, 1978; Randhahn, 1973; Rao *et al.*, 1962; Rohm, 1988; Vélez-Ruiz *et al.*, 1988]. Posteriormente, se incorporaron los análisis estructurales [Alvarez de Felipe *et al.*, 1991], la caracterización viscoelástica [Patil y Patel, 1992], el análisis de propiedades termofísicas [Reddy y Datta, 1994] y estudios más detallados, analizando diferentes propiedades y variables de proceso [Cosme *et al.*, 1997; Vélez-Ruiz, 1996; Vélez-Ruiz y Barbosa-Cánovas, 1997a, b; Vélez-Ruiz y Barbosa-Cánovas, 1996, 1997].

6.1 Propiedades fisicoquímicas

Durante el almacenamiento de la leche condensada, el llamado “envejecimiento o *age-thickening*”, también mencionado como gelación, es un fenómeno indeseable, ya que la estabilidad alcanzada durante el proceso se va perdiendo con el consecuente aumento en viscosidad y la sedimentación de sólidos que se favorece por temperaturas de almacenamiento superiores a 10°C, haciendo que la leche azucarada o condensada sea rechazada por parte del consumidor [Vélez-Ruiz y Barbosa-Cánovas, 1997]. Samel y Muers [1962b] adicionaron cationes divalentes (calcio y zinc) con lo que lograron disminuir este fenómeno, lo que atribuyeron a la remoción de aniones del suero de la *leche condensada*, particularmente fosfato y citrato. Board *et al.* [1970] desarrollaron un trabajo de investigación microscópica para visualizar los cambios estructurales de *leche evaporada* entera sin y con adición de NaOH durante las diferentes etapas de elaboración (precalentamiento, homogenización, concentración y esterilización).

Para la elaboración de leche en polvo a partir de leche magra concentrada, Buckingham [1978] recomendó no almacenar la *leche concentrada* por más de 2 horas, para evitar problemas de “envejecimiento” de la misma. Ibarz Ribas *et al.* [1987] estudiaron la evolución del comportamiento reológico de *leche condensada* durante diferentes tiempos de almacenamiento. Alvarez de Felipe *et al.* [1991] realizaron un estudio de *age thickening* o gelación en leche condensada almacenada

por 45 días a 37°C, y establecieron relaciones entre los cambios estructurales observados en un microscopio electrónico y los cambios en la respuesta al flujo, medida con un viscosímetro rotacional; el fenómeno involucró agregación micelar y asociación de caseínas con glóbulos de grasa, lo que se observó microscópicamente.

Por otro lado, la cinética del fenómeno de coagulación inducido por calentamiento de la *leche magra concentrada*, fue estudiado por Nieuwenhuijse *et al.* [1992], combinando factores como el contenido proteico y el pH que influyeron en el tiempo y velocidad de coagulación. Patel *et al.* [1996] completaron la evolución de ciertos parámetros fisicoquímicos como el color y el pH de la *leche condensada* durante su almacenamiento a varias temperaturas (7, 15, 30, 45 y 55°C), obteniendo tanto la E_a (energía de activación) como el Q_{10} (factor de cambio en la cinética debido a un cambio en la temperatura de 10°) para la cinética de oscurecimiento, en donde el valor de la energía de activación fue de 45.2 kJ/mol para 7-30°C y de 139.9 kJ/mol para 7-30°C. Cosme *et al.* [1997] completaron la evaluación de propiedades fisicoquímicas (acidez y composición) y físicas (color, densidad, propiedades de flujo y punto de ebullición) de *leche concentrada*, proponiendo correlaciones empíricas para estas seis características en función de la concentración de sólidos (10.9-48.6%) y la temperatura (5-45°C).

6.2 Propiedades físicas

La leche concentrada es una dispersión de los sólidos de la leche, ya sea descremada o entera, y la lactosa-sucrosa saturan la solución en el caso de la leche azucarada o condensada, lo que contribuye a la complejidad de la dispersión láctea; obviamente las propiedades físicas de la leche concentrada, en cualquiera de sus presentaciones, estarán en función del grado de concentración [Vélez-Ruiz y Barbosa-Cánovas, 1997]. Fernández-Martín [1972] desarrolló una ecuación logarítmica para correlacionar la viscosidad aparente en función de la temperatura (0-80°C) y la concentración (< 30%) de *leche concentrada*, descremada, parcialmente descremada y entera. Buckingham [1978] realizó un estudio comparativo de la viscosidad

cinemática medida en *leche magra concentrada* (< 40% p/V), preparada por reconstitución de leche en polvo y por evaporación de leche líquida, sin encontrar diferencias significativas.

Bloore y Boag [1981] desarrollaron una ecuación logarítmica para expresar la viscosidad en función de la temperatura (18-81°C), concentración de sólidos (44-52%) y de proteína (< 40%) para *leche magra concentrada*, con una variación esperada en la viscosidad, la cual aumentó con el contenido de sólidos y de proteína y disminuyó con la temperatura. Ibarz Ribas *et al.* [1987] modelaron el comportamiento tixotrópico de leche condensada y aplicaron dos modelos para este comportamiento no *newtoniano*. Patil y Patel [1992] desarrollaron un estudio del fenómeno de gelación en *leche condensada*, en el que las proteínas se agregan formando una red estructural débil, monitoreando los cambios físicos por medio de parámetros viscoelásticos por medio de un texturómetro. Tobitani *et al.* [1995] estudiaron la gelación inducida por calor en *leche magra concentrada*, empleando tanto determinaciones reológicas como estructurales y elaborando un diagrama de fases.

Vélez-Ruiz y Barbosa-Canovas [1997a] reportaron el efecto de la concentración (12.7-40.4%) y temperatura (20-80°C) en las propiedades reológicas de *leche concentrada*, aplicando tres modelos de flujo. Determinando que su naturaleza fue *newtoniana* hasta 16.2%, a altas temperaturas (70 y 80°C), hasta 27.7% de sólidos; mientras que el comportamiento no *newtoniano* fue ajustado a la ley de potencia y al modelo de Herschel y Bulkley, según existiese esfuerzo de cedencia o no, el índice de flujo fue expresado por una ecuación exponencial y el coeficiente de consistencia por una expresión potencial. Vélez-Ruiz y Barbosa-Canovas [1998] completaron el análisis del efecto de la concentración (12.6-48.6%) y temperatura (5, 15 y 25°C) en las propiedades reológicas de *leche concentrada*, determinadas durante su almacenamiento por cuatro semanas. Concentrados con naturaleza *newtoniana* hasta 22.3% de sólidos, con respuesta reodelgazante o pseudoplástica entre 24.9 y 42.4% de sólidos, mientras que solo los concentrados con 42.4 y 48.6 de sólidos requirieron de un esfuerzo de cedencia. Para estudiar el efecto de las altas presiones hidrostáticas (276-690 MPa) sobre las propiedades de flujo,

viscoelásticas y texturales, así como los cambios estructurales en *leche concentrada* (12.9-47.1% de sólidos). Vélez-Ruiz *et al.* [1998] completaron una serie de experimentos para cuantificar la viscosidad aparente, los módulos elástico y viscoso, los parámetros texturales y para observar sus cambios microscópicos, obteniendo conclusiones muy interesantes en la transición del fluido *no newtoniano* a gel lácteo. Vélez-Ruiz y Barbosa-Canovas [2000] continuaron estudiando la caracterización de flujo de leche concentrada (12.5-46.7%), relacionada a la observación de características estructurales, donde las proteínas fueron observadas como partículas granulares y los glóbulos de grasa como componentes esféricos rodeados de una membrana cuyo grosor aumentó con la concentración de sólidos.

6.3 Estudios recientes relacionados a la leche concentrada/evaporada/condensada

Los estudios sobre este producto lácteo han continuado, debido a la gran importancia económica que tiene y al interés científico por el conocimiento de sus características propias y cambios naturales o inducidos por el procesamiento. Bienvenue *et al.* [2003] realizaron un estudio para conocer la influencia de los minerales en la viscosidad aparente de la *leche magra concentrada* (45%) durante su almacenamiento, encontrando que los sólidos solubles juegan un rol muy importante. Williams *et al.* [2005] realizaron la determinación de la tensión superficial en *leche concentrada*, debido a su importancia en el proceso de atomización de la leche en polvo. La medición de la tensión superficial en leche concentrada con diferente composición, indicó que tanto la grasa como los sólidos afectaron en menor medida que la temperatura. Hwang *et al.* [2007] realizaron una comparación entre las propiedades fisicoquímicas y sensoriales de leche concentrada por congelación y *leche evaporada* durante su almacenamiento, se cuantificó una menor oxidación y un menor sabor a cocido, así como un mejor color en la leche concentrada por congelación, que resultó con mejor evaluación sensorial.

González Cruz *et al.* [2008] desarrollaron una leche condensada, empleando edulcorantes (acetilsulfame, fructosa, sucralosa y xilitol) para sustituir el azúcar de la *leche condensada*, en combinación con dos hidrocoloides (carragenina y xantana); en este estudio, las característi-

cas fisicoquímicas como densidad, humedad, pH y sólidos solubles no cambiaron significativamente, mientras que las propiedades de flujo y texturales sí cambiaron notablemente. La evaluación sensorial estableció diferencias claras entre la leche condensada y la edulcorada, pero no hubo un rechazo total. En la norma mexicana (NOM 243), la incorporación de edulcorantes naturales está contemplada en la especificación de la leche condensada azucarada (definición 3.28) [DGN, 2010].

Continuando con el desarrollo de González Cruz [2008], Marcelin [2012] desarrolló un diseño experimental (siguiendo un modelo de Box Behnken) para obtener leche condensada (50, 55, 60 y 65%) por medio de la mezcla de edulcorantes (isomalt, stevia y sucralosa) a niveles de 4.25, 5.25 y 6.25% y de gomas (carragenina, guar y xantana) a niveles de 0.25, 0.50% y 0.75%, preparando soluciones con leche reconstituida, edulcorantes y gomas, y mezclándolas hasta alcanzar la viscosidad de un producto comercial, fundamentada en el modelo de la suma de efectos viscosos. Las determinaciones de acidez, actividad de agua, adhesividad, deformación, color, densidad, humedad, pH, propiedades de flujo y sólidos solubles, además de realizar una evaluación sensorial. Los sistemas que presentaron una viscosidad similar al producto comercial fueron aquellos desarrollados con leche descremada y semidescremada a una concentración de sólidos de 50% y 55% y diferentes concentraciones de gomas. Algunos sistemas fueron seleccionados para análisis de estabilidad, y durante los 25 días de almacenamiento (a 4°C), la mayoría de las propiedades evaluadas cambiaron, en especial la viscosidad y la textura de los productos, las cuales aumentaron drásticamente por el efecto del almacenamiento [Marcelín y Vélez-Ruiz, 2013]. La sustitución de azúcar en el caso de la leche condensada, está motivada en buena medida por cuestiones nutricionales, disminuyendo el contenido calórico de este producto lácteo [Kleiner, 2016]. Y también por problemas de caries dental en los seres humanos.

En cuanto a aspectos de aplicación de este producto en otras operaciones y/o procesos industriales. Magariños *et al.* [2009] analizaron cambios en las propiedades (color, grasa, índice de sedimentación, proteína, pH) al elaborar leche UAT (ultra alta temperatura) a par-

tir de *leche magra concentrada* preparada por reconstitución. Keng [2011] realizó un estudio para determinar el efecto de las propiedades reológicas de leche concentrada en el flujo de evaporadores de película descendente, con propósitos de diseño ingenieril del equipo. Morison *et al.* [2013] realizaron un trabajo sobre la viscosidad de *leche concentrada*, corroboraron el comportamiento *newtoniano* para concentraciones menores a 20% y su pseudoplásticidad a concentraciones mayores, adicionalmente analizaron y cuantificaron la influencia de cada componente, lactosa, grasa, caseína y proteínas de suero en la viscosidad del concentrado. Enríquez-Fernández *et al.* [2013] completaron un estudio para analizar la influencia de las propiedades de flujo de *leche concentrada* (por reconstitución y evaporación) en las propiedades de la leche en polvo, obteniendo correlaciones experimentales entre el contenido de sólidos de la leche en polvo y el coeficiente convectivo del proceso de secado en función del coeficiente de consistencia de la leche concentrada.

7 Comentario final

Aunque se han estudiado muchos aspectos, propiedades, cambios, efectos de proceso de este producto lácteo, ya sea en su presentación general como leche concentrada o en sus formas particulares de leche evaporada y leche condensada y leche azucarada, y desde el punto de vista ingenieril, se han mejorado los diseños y operación de los evaporadores, como los equipos industriales donde se produce, como proceso central de la transformación de este tipo de leche fluida, aún existen muchos aspectos y efectos de variables de proceso que deben conocerse y analizarse, experimentarse y estudiarse, *por lo que aún hay mucho trabajo por hacer para los nuevos especialistas/investigadores en la Ciencia de los Alimentos.*

Referencias bibliográficas

- ALAIS, C. *Ciencia de la leche*. D.F., México: Edit. CECSA, 1985. 591 p.
- ALVAREZ DE FELIPE, A., MELCÓN, B. Y ZAPICO, J. Structural changes in sweetened condensed milk during storage: an electron microscopy study. *Journal of Dairy Research*, 1991, vol. 58, no. 3, p. 337-344. 10.1017/S0022029900029915
- BIENVENUE, A., JIMÉNEZ-FLORES, R. Y SINGH, H. Rheological Properties of Concentrated Skim Milk: Importance of Soluble Minerals in the Changes in Viscosity During Storage. *Journal of Dairy Science*, 2003/12/01/ 2003, vol. 86, no. 12, p. 3813-3821. [https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302\(03\)73988-5](https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302(03)73988-5)
- BLOORE, C. Y BOAG, I. Some factors affecting the viscosity of concentrated skim milk. *New Zealand Journal of Dairy Science and Technology*, 1981, vol. 16, p. 143-154.
- BOARD, P., BAIN, J.M., GOVE, D. Y MULLETT, J. Structural changes in whole milk during the production of sterile concentrates: An electron microscope study. *Journal of Dairy Research*, 1970, vol. 37, no. 3, p. 513-522.
- BUCKINGHAM, J. Kinematic viscosities of New Zealand skim-milk. *Journal of Dairy Research*, 1978, vol. 45, no. 1, p. 25-35.
- CENGEL, Y.A. Y BOLES, M.A. *Thermodynamics: an engineering approach*. Singapur: Mc Graw-Hill, 2006. 8862 p.
- COSME, A., GUERRERO, J. Y VÉLEZ-RUIZ, J.F. Evaluación de propiedades fisicoquímicas de leche concentrada. *Información Tecnológica*, 1997, vol. 8, no. 1, p. 35-40.

CHANDAN, R.C. History and consumption trends. En: CHANDAN, *et al. Manufacturing yogurt and fermented milks*. Oxford, Inglaterra.: Blackwell Publishing Ltd., 2006a, p. 3-16.

CHANDAN, R.C. Milk composition, physical and processing characteristics. En: CHANDAN, *et al. Manufacturing yogurt and fermented milks*. Oxford, Inglaterra.: Blackwell Publishing Ltd., 2006b, p. 17-40.

DGN. Productos y Servicios. Leche, formula lactea, producto lácteo combinado y derivados lácteos. Disposiciones y Especificaciones Sanitarias. En: *Métodos de Prueba*. México: Dirección General de Normalización, 2010, vol. Norma Oficial Mexicana NOM-243-SSA1-2010.

ENRÍQUEZ-FERNÁNDEZ, B., CAMARILLO-ROJAS, C. Y VÉLEZ-RUIZ, J.F. Influence of reconstituted milk properties on spray dried milk and parameters design. *Journal of Food Process Engineering*, 2013, vol. 36, no. 1, p. 87-94.

FERNÁNDEZ-MARTÍN, F. Influence of temperature and composition on some physical properties of milk and milk concentrates. II. Viscosity. *Journal of Dairy Research*, 1972, vol. 39, no. 1, p. 75-82. 10.1017/S0022029900013868

GEANKOPLIS, C. *Procesos de Transporte y Operaciones Unitarias*. D.F., México: Edit. CECSA, 2006. 1024 p.

GONZÁLEZ CRUZ, A. Efecto de la sustitución de sacarosa en las propiedades de leche condensada azucarada. Tesis de Licenciatura en Ingeniería de Alimentos. Puebla, México.: Universidad de las Américas Puebla, 2008.

GONZÁLEZ CRUZ, A., ME, S.M. Y VÉLEZ-RUIZ, J.F. Efecto de la sustitución de sacarosa por otros edulcorantes en las propiedades de leche condensada-azucarada. En: *CICTA II. Conferencia Internacional sobre Ciencia y Tecnología de los Alimentos*, La Habana, Cuba, 13-17 de Octubre, 2008.

- HARPER, W.J. Y HALL, C.W. *Dairy technology and engineering*. Westport, CT, EU: AVI Publishing Co., Inc., 1976.
- HOLLAND, C.D. Evaporation. En: HOLLAND. *Fundamentals and modeling of separation processes: absorption, distillation, evaporation and extraction*. Englewood Cliffs, NJ. EU: Ed Prentice-Hall, 1975, p. 5-42.
- HWANG, J., LEE, S., PARK, H., MIN, S., KWAK, H., THANARAJ, T., DHARMASENA, N. Y SAMARAJEEWA, U. Comparison of physicochemical and sensory properties of freeze-concentrated milk with evaporated milk during storage. *Asian-Australian Journal of Animal Science*, 2007, vol. 20, no. 2, p. 273-282.
- IBARZ, A. Y BARBOSA-CANOVAS, G. Evaporation. En: IBARZ Y BARBOSA-CANOVAS. *Unit Operations in Food Engineering*. Boca Raton, FL, EU: CRC Press, 2003, p. 625-670.
- IBARZ RIBAS, A., GARCÍA, J. Y PAY LORENS, J. Análisis tixotrópico de leches condensadas. *Alimentaria: Revista de tecnología e higiene de los alimentos*, 1987, vol. Oct., no. 186, p. 35-38.
- KENG, L. Investigation of rheological properties of concentrated milk and the effect of these properties on flow within falling film evaporators. Tesis de Maestría en Ingeniería Química. Nueva Zelanda.: Universidad de Canterbury, 2011.
- KERN, D. *Process of Heat Transfer*. Tokyo, Japón: McGraw Hill, 1983.
- KESSLER, H. *Food Engineering and Dairy Technology*. Freising, Alemania: Verlag A. Kessler, 2002. 694 p.
- KLEINER, L. Sugar Reduction in Confectionery and Related Applications. *Journal of Nutritional Health & Food Engineering*, 2016, vol. 4, no. 2, p. 125-126.

KOSIKOWSKI, F. Y MISTRY, V.V. *Cheese and fermented milk foods*. NY, USA: FV Kosikowski LLC, 1997.

MACEDO , C. Y VÉLEZ-RUIZ, J.F. Evaluación del coeficiente convectivo para un evaporador de doble efecto a nivel planta piloto. En: *COPANIA (Congreso Panameño de Ingeniería de Alimentos)*, Panamá, Panamá, 18-22 de Abril de 2016, 2016.

MAGARIÑOS, H., VARGAS, M., ROMERO, A., CARRASCO, E. Y SELAIVE, S. Use of reconstituted concentrated nonfat milk for the production of UHT milk: physical and chemical effects and stability. *International Journal of Dairy Technology*, 2009, vol. 62, no. 2, p. 182-188.

MARCELIN, M. Diseño y desarrollo de una leche condensada edulcorada baja en calorías, con base en la determinación de la viscosidad usando edulcorantes no energéticos y gomas. Tesis de Maestría en Ciencia de Alimentos. Puebla, México: Universidad de las Américas Puebla, 2012.

MARCELÍN, M. Y VÉLEZ-RUIZ, J.F. Development of a sweetened condensed milk with addition of low caloric sweeteners and gums: flow properties analyses. En: *IFT Annual Meeting 2013*, Chicago Illinois, EU, Julio 13-16, 2013.

MCCABE, W., SMITH, J. Y HARRIOT, P. Evaporation. En: *Unit Operations of Chemical Engineering*. Tokyo, Japón: McGraw Hill, 2008.

MILLER, G.D., JARVIS, J.K. Y MCBEAN, L.D. *Handbook of dairy foods and nutrition*. Boca Raton, Fl., EU: National Dairy Council Rosemont, Illinois. CRC Press, 2006.

MORISON, K.R., PHELAN, J.P. Y BLOORE, C.G. Viscosity and non-Newtonian behaviour of concentrated milk and cream. *International Journal of Food Properties*, 2013, vol. 16, no. 4, p. 882-894.

- NEWSTEAD, D., BALDWIN, A. Y HUGHES, I. Factors affecting the viscosity of recombined sweetened condensed milk. *New Zealand Journal Dairy Science and Technology*, 1978, vol. 13, p. 63-70.
- NIEUWENHUIJSE, J., VAN VLIET, T. Y WALSTRA, P. Kinetic aspects of the heat-induced coagulation of concentrated skim milk. *Netherlands Milk and Dairy Journal*, 1992, vol. 46, p. 45-68.
- PATEL, A., GANDHI, H., SINGH, S. Y PATIL, G. Shelf-life modeling of sweetened condensed milk based on kinetics of Maillard browning. *Journal of Food Processing and Preservation*, 1996, vol. 20, no. 6, p. 431-451.
- PATIL, G. Y PATEL, A. Viscoelastic properties of sweetened condensed milk as influenced by storage. *Milchwissenschaft*, 1992, vol. 47, no. 1, p. 12-14.
- RANDHAHN, H. Flow properties of milk and milk concentrates. *Milchwissenschaft*, 1973, vol. 28, no. 10, p. 620-628.
- RAO, G., NICKERSON, T. Y DUNKLEY, W. Rheology of concentrated milk. *Journal of Dairy Science*, 1962, vol. 47, p. 460.
- REDDY, C.S. Y DATTA, A. Thermophysical properties of concentrated reconstituted milk during processing. *Journal of Food Engineering*, 1994, vol. 21, no. 1, p. 31-40.
- RIBEIRO JR, C. Y CAÑO ANDRADE, M. A heat transfer model for the steady-state simulation of climbing-falling-film plate evaporators. *Journal of Food engineering*, 2002, vol. 54, no. 4, p. 309-320.
- ROHM, H. Viscosity of recombined sweetened condensed milk. *Milchwissenschaft*, 1988, vol. 43, no. 5, p. 303-306.

- SAMEL, R. Y MUERS, M. The age-thickening of sweetened condensed milk: I. Rheological properties. *Journal of Dairy Research*, 1962a, vol. 29, no. 3, p. 249-258.
- SAMEL, R. Y MUERS, M. The age-thickening of sweetened condensed milk: I. Rheological properties. *Journal of Dairy Research*, 1962b, vol. 29, no. 3, p. 269-278.
- SCHMIDT, D., BUCHHEIM, W. Y KOOPS, J. Electron-microscopical study of the fat-protein complexes in evaporated milk, using the freeze-etching technique. *Netherlands Dairy Journal*, 1971, vol. 25, p. 200-216.
- SMIT, G. *Dairy Processing: Improving Quality*. Boca Raton, FL., EU: Publishing Limited and CRC Press, 2003. 536 p.
- TOBITANI, A., YAMAMOTO, H., SHIOYA, T. Y ROSS-MURPHY, S.B. Rheological and structural studies on heat-induced gelation of concentrated skim milk. *Journal of Dairy Research*, 1995, vol. 62, no. 2, p. 257-267.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F. Rheological Properties of Concentrated Milk. Tesis de Doctoral en Ingeniería de Alimentos. WA., Estados Unidos.: Washington State University, 1996.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F. Evaporation of Liquid Foods. En: SOSA MORALES Y VÉLEZ-RUIZ. *Food Processing and Engineering Topics*. NY., EU: Editorial Nova Science Publishers, Inc., 2009, p. 181 - 216.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F. Food Products Evaporation. En: VARZAKAS Y TZIA. *Food Engineering Handbook*. Boca Raton, FL., EU: CRC Press, 2014, p. 369-426.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F. *Apuntes de Ingeniería de Alimentos II (Procesos de Transferencia de Energía Térmica)*. Cholula, Puebla, México: Universidad de las Américas Puebla, Inéditos, 2016.

- VÉLEZ-RUIZ, J.F. *Apuntes de Tecnología de Alimentos de Origen Animal (Lácteos)*. Cholula, Puebla, México: Universidad de las Américas Puebla, Inéditos, 2017.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F. Y BARBOSA-CANOVAS, G. Effect of concentration and temperature on the rheology of concentrated milk. *Transactions of the ASAE*, 1997a, vol. 40, no. 4, p. 1113 - 1118.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F. Y BARBOSA-CANOVAS, G. Flow and structural characteristics of concentrated milk. En: *IFT Annual Meeting*, 1997b. p. 315-333.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F. Y BARBOSA-CANOVAS, G. Rheological properties of concentrated milk as a function of concentration, temperature and storage time. *Journal of Food Engineering*, 1998, vol. 35, p. 177-190.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F. Y BARBOSA-CANOVAS, G. Flow and structural characteristics of concentrated milk. *Journal of Texture Studies*, 2000, vol. 31, no. 3, p. 315-333.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F. Y BARBOSA-CÁNOVAS, G. Rheology of Concentrated Milk: Effect of Solids Content, Temperature and Storage Time (Poster D28). En: *Annual Meeting of the American Dairy Science Association*, Corvallis, Oregon, EUA, Julio Oregon State University, 1996.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F. Y BARBOSA-CÁNOVAS, G. Rheological properties of selected dairy products. *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*, 1997, vol. 37, no. 4, p. 311 - 359.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F., GONZÁLEZ, J. Y ROJAS, J. Evolución de las propiedades reológicas de la leche durante el proceso de evaporación. En: *XIX Congreso Nacional de Ciencia y Tecnología de Alimentos* San Luis Potosí, México, 1988.

- VÉLEZ-RUIZ, J.F. Y SORIANO MORALES, A. Evaluación de propiedades físicas de alimentos utilizando un programa de computadora. *Revista Internacional Información Tecnológica*, 2003, vol. 14, no. 4, p. 23-28.
- VÉLEZ-RUIZ, J.F., SWANSON, B. Y BARBOSA-CÁNOVAS, G. Flow and viscoelastic properties of concentrated milk treated by high hydrostatic pressure. *LWT-Food Science and Technology*, 1998, vol. 31, no. 2, p. 182-195.
- WALSTRA, P., WOUTERS, J.T. Y GEURTS, T.J. *Dairy science and technology*. Boca Raton, FL. USA: CRC press, 2006. 768 p.
- WEBB, B. Y JOHNSON, A. *Fundamentals of Dairy Science*. Co., EU: AVI Publishing, 1987.
- WILLIAMS, A.M., JONES, J., PATERSON, A. Y PEARCE, D. Milks and milk concentrates: surface tension measurement. *International Journal of Food Engineering*, 2005, vol. 1, no. 1, p. 1-6.