7

Una forma de diagnosticar cualitativamente los contenidos matemáticos en un programa de educación superior para formar educadores matemáticos a nivel básico y medio

Alfonso Paz Samudio

Introducción

En este artículo se postula el esquema del currículo tradicional de matemáticas (O'Shea y Pollatsek, 1997) como criterio para diagnosticar los contenidos matemáticos de los planes actuales de formación de educadores matemáticos a nivel básico y medio en América Latina. Para justificar esta postulación se hace un bosquejo histórico de las matemáticas, en el que se resaltan: el aspecto social innegable de la actividad matemática, la existencia de una competencia individual para su aprendizaje, el carácter abstracto y general de sus resultados, su desmesurado crecimiento, su casi inmanejable complejidad, sus sorprendentes aplicaciones y su delimitación, en cuatro períodos cronológicos: elemental, clásico, moderno y contemporáneo (Zalamea, 2009). Se comprueba que el esquema del currículo tradicional permite precisar de una manera práctica cómo un programa de formación de maestros incorpora asignaturas correspondientes a los períodos definidos por Zalamea.

A continuación se analizan los defectos del esquema tradicional del currículo de matemáticas y se plantean las estrategias de mejoramiento que incorporan la utilización de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje. Además se revisa la pertinencia de aplicar el esquema en el diagnóstico de los contenidos de los planes de formación de educadores a nivel básico y medio en América Latina. Este artículo busca contribuir parcialmente a este objetivo específico del proyecto El currículo en la educación superior en América Latina: describir y analizar los conceptos dominantes de currículo en la educación superior en América Latina, particularmente en Colombia.

En la sección final se presentan las conclusiones y recomendaciones.

Bosquejo histórico de las matemáticas: El carácter social de las matemáticas y de la competencia matemática individual

En una primera instancia, la existencia de diversas sociedades con sus diferentes imaginarios instituyentes prueba que hay en el mundo en sí algo que corresponde a la aritmética y a la geometría (Castoriadis, 1997, pp. 79-80). La sociedad se instituye a través de dos dimensiones: la dimensión conjuntista-identitaria (ensídica)[1] y la dimensión imaginaria o poiética. La primera, con todas las dimensiones que encarna, crea la lógica y la aritmética corrientes usuales, y objetos con propiedades estables y permanentes. Esta creación no habría podido hacerla la sociedad sin apoyarse en el primer estrato natural. Hay entonces un aspecto social innegable de la actividad matemática y hay *a priori* una capacidad individual formante para su aprendizaje (competencia matemática) (Paz, 2010).

El testimonio del gran matemático Edward Frenkel (2015) sobre este carácter social en las condiciones actuales sostiene: “Cada vez que realizamos una compra online, enviamos un mensaje de texto, efectuamos una búsqueda por Internet o empleamos un dispositivo GPS, hay fórmulas y algoritmos matemáticos en acción” (2015, p. 9).

[1] Castoriadis en sus diversas obras se refirió a la dimensión conjuntista identitaria, en la que la sociedad se adapta a su entorno natural. Para sostener lo social-histórico hay que desarrollar la aritmética, la geometría y la técnica.

Nacimiento de la matemática como ciencia

Se acepta de entrada el supuesto de Castoriadis (2002) que en la Grecia del siglo VI y V a.C. nacieron simultáneamente la democracia, la filosofía, la ciencia, en un ambiente que estimulaba la excelencia del cuerpo y de la mente (proyecto de autonomía social e individual). En particular, nació la matemática[2] como ciencia.

En el comentario al Libro I de *Los elementos* de Euclides (410-465 D.C.), un neoplatónico bizantino, escribe: "Pitágoras transformó ese estudio convirtiéndolo en una enseñanza liberal que se remontaba a los principios generales y estudiaba los problemas abstractamente y con la inteligencia pura" (Proclo en Pastor, 1951, p. 17). Esta transformación señaló el comienzo de la investigación científica autónoma, ya que afirmó la exigencia de un saber racional, irreducible a la simple y mera colección de experiencias de la vida cotidiana. Este llamado a la razón, tanto en la búsqueda de un fundamento general de nuestras proposiciones como en el inexorable desarrollo de todas sus consecuencias, constituye el carácter esencial del pensamiento científico.

En el quehacer matemático aparecen dos aspectos claves desde sus comienzos científicos: la forma tradicional en que se organizan y presentan los resultados matemáticos (método axiomático) y la manera como se descubren o se inventan (heurística). Estos dos aspectos íntimamente relacionados (el contexto de exposición y el contexto de descubrimiento) presuponen un tercer aspecto, que puede obstaculizar o dinamizar a los otros dos: el contexto cultural y social.

Las sociedades actuales están todavía inmersas en el proyecto de Modernidad[3] que se inició en el siglo XVI. Las matemáticas se convierten en un saber clave para el desarrollo de las ciencias y la tecnología:

---

2 Matemática, matemáticas o ciencias matemáticas se tomarán como sinónimas. La palabra "Matemáticas" proviene del griego *mathematiqué, mathesis*, ciencia; *mathema*, la ciencia; a su vez, del verbo *matheteúoo*, aprender. Un análisis de las acepciones de los tres términos puede consultarse en Paz (2005, p. 4-5).

3 Las sociedades modernas se formaron y se instituyeron mediante la emergencia de dos significaciones centrales, las dos heterogéneas, opuestas a la religión cristiana, pero antinómicas entre ellas. Por una parte, la significación de la expansión ilimitada de un pretendido dominio supuestamente "racional" sobre el todo, tanto en la naturaleza como en los seres humanos (dimensión capitalista de las sociedades modernas). Por otra parte, la significación de la autonomía

> Con el auge de la modernidad, las matemáticas no sólo ampliaron su contenido y penetración en el infinito para hacerse aplicables a la inmensidad de un infinito e infinitamente creciente universo en expansión, sino que dejaron de interesarse por las apariencias. Ya no son el comienzo de la filosofía, de la "ciencia" del Ser en su verdadera apariencia, sino que se convierten en la ciencia de la estructura de la mente humana. (Arendt, 2005, p. 292)

Por eso, el crecimiento impresionante de las matemáticas contemporáneas: cerca de 1600 revistas técnicas reciben material matemático para la publicación; una buena biblioteca matemática debería tener 100000 ejemplares; se están creando matemáticas a ritmo constante en las diferentes categorías y se publican aproximadamente 200 000 teoremas en las revistas de Matemáticas (Davis y Hersh, 1988). Se recuerda que las matemáticas tienen un índice de 98 materias, 30 especialidades, cinco objetivos de una carrera de matemáticas y diez funciones que puede desempeñar un matemático en los países desarrollados. Ahora bien, los matemáticos competentes están de acuerdo en que esta enorme producción es excelente cualitativamente hablando.

> Creo que puede afirmarse que nunca se han encontrado tantos resultados nuevos e importantes como en la actualidad; y que, sin exagerar, se han producido más matemáticas fundamentales a partir de 1940 que las producidas desde Tales hasta dicha fecha. (Dieudonné, 1988, p. 168)

Este crecimiento inusitado y esa complejidad creciente plantean un problema sumamente difícil de resolver: la formación matemática.

En el presente artículo se pretende abordar la evaluación de los contenidos matemáticos de los programas universitarios de formación matemática de los profesores de educación inicial, de primaria y secundaria, a fin de presentar alternativas que actualicen y cualifiquen dichos programas.

Para la determinación de los contenidos se parte del esquema del currículo tradicional de matemáticas (O´Shea y Pollatsek, 1997) y de los períodos históricos propuestos por Zalamea (2009). En el diseño curricular se tienen en cuenta los principales autores que se han preocupado de esta temática en la educación superior (Paz, 2005), y se interroga al programa en la forma que utiliza las TIC para el desarrollo curricular.

---

individual y social, de la libertad, de la búsqueda de formas de libertad colectiva (proyecto democrático, emancipatorio, revolucionario). Por eso, las sociedades modernas son sociedades de conflicto y de cuestionamiento del orden establecido (Castoriadis, C., 2002, p. 65-92).

La clasificación de las matemáticas por ámbitos

Para poder analizar los desarrollos de las matemáticas actuales, Fernando Zalamea[4] propone los siguientes ámbitos con linderos claramente históricos:

- Matemáticas elementales: desde los antiguos, especialmente los griegos, hasta mediados del siglo XVII.
- Matemáticas clásicas: mediados del siglo XVII a mediados del siglo XIX.
- Matemáticas modernas: mediados del siglo XIX a mediados del siglo XX.
- Matemáticas contemporáneas: desde mediados del siglo XX.

La base común de los cuatro ámbitos ha estado en el método axiomático y la heurística. Pero al pasar de un ámbito a otro crecen la abstracción, la generalidad, las exigencias de rigor y la aplicabilidad y aparecen nuevos enfoques, es decir, crecen la complejidad y los problemas que jalonan la investigación.

Zalamea (2009) distingue entre matemáticas elementales y avanzadas (que serían las clásicas, las modernas y las contemporáneas). Los ámbitos tienen intersecciones no vacías entre sí. Pero la intersección de las elementales con las clásicas es la de menor importancia. Con esta tajante distinción, Zalamea quiere situar el análisis filosófico en los aportes significativos de las matemáticas contemporáneas.

Para comprender bien la aparición de estos ámbitos, las rupturas que implican, así como el hecho de su coexistencia, se tendrá en cuenta esta observación de Javier De Lorenzo (1997):

> En otras palabras, se hace preciso tener presente la existencia de dos planos que van íntimamente unidos en la auténtica práctica matemática:
>
> Un hacer intrínseco o práctica teórica matemática, que se plantea básicamente como resolución de problemas y se realiza sobre unos objetivos para alcanzar unas soluciones, y, con ellos, unos resultados, unos productos. Es lo que de un modo tradicional, apoyado en representaciones no críticas, se estima como "matemática".

4 Zalamea (2009) no especifica el inicio de las matemáticas elementales. Pero, al apoyarnos en las conjeturas de Castoriadis, se plantea el nacimiento de la ciencia entre los griegos, nacimiento simultáneo con la filosofía, la democracia y la excelencia en la vida física y espiritual. Por eso, se concluye que la matemática, como ciencia, nace entre los griegos.

> Un cuadro ideológico que condiciona ese hacer, bien por un contexto de conocimientos ya adquiridos, bien por unas condiciones de trabajo que, en última instancia, pueden explicarse por razones económicas. (De Lorenzo, 1997, p. 13)

Con estos elementos teóricos se puede intentar caracterizar los tres últimos ámbitos.

Matemática clásica

Galileo inició la aplicación del razonamiento científico al estudio de la naturaleza al distinguir las tres etapas esenciales para establecer una ley: observación de hechos particulares, admisión de una hipótesis que los explique, si es verdadera, y deducción de consecuencias que puedan ser comprobadas experimentalmente.

El siglo XVII es el siglo de Galileo, Descartes, Huygens, Newton y Leibniz, un siglo fecundo para la ciencia. Entre las condiciones favorables a tal fecundidad hay que mencionar que las grandes obras de Euclides, Arquímedes, Apolonio, Diofanto y Pappus se encontraban en su versión auténtica a disposición de los estudiosos; y que el álgebra y la trigonometría tenían ya cierta madurez que revelaba la autonomía de esos conocimientos y sus posibilidades como instrumentos algorítmicos. Bajo estas condiciones favorables, el siglo XVII verá nacer una admirable conjunción del álgebra y la geometría, la geometría analítica, que es una verdadera revolución en las matemáticas que muestra implícitamente la armonía y unidad interna de las mismas; y el análisis infinitesimal como algoritmo del infinito y como instrumento indispensable para el estudio de los fenómenos naturales. Pero además se asiste al nacimiento de la teoría de los números, del cálculo de probabilidades y de la geometría proyectiva.

El siglo XVIII constituye la edad de oro de la mecánica y del cálculo infinitesimal; y podría decirse que fue el siglo del algoritmo, ya que tanto el análisis infinitesimal como el análisis algebraico adquieren autonomía e influyen a todas las matemáticas con un marcado carácter formal, aunque no riguroso. Este carácter puramente algorítmico se comienza a perder a fines del siglo, cuando la geometría vuelve a reaparecer como geometría pura.

Período de transición y ruptura (1827-1875)

Hacia 1827 se comenzó a detectar la crisis de las matemáticas clásicas[5]: la matemática se encontraba total y absolutamente limitada por estar encadenada al mero desarrollo algorítmico en función de la mecánica celeste y demás ciencias. Externamente la forma de vida del matemático, ligada a la política o dependiendo del favor de la nobleza, se encontraba abocada a la desaparición. El matemático comenzó a profesionalizarse en la enseñanza universitaria, por ejemplo en la Escuela Politécnica de París. Simultáneamente, surgieron las revistas dedicadas sólo a las matemáticas. Pero cambió, sobre todo, la mentalidad en el hacer matemático: frente al hacer matemático, carente de rigor, carente de demostraciones, acrítico, se planteó como divisa central hallar la razón y empezó a apoyarse en un proceso sorprendente: el proceso de inversión, que consiste en partir de lo que parece inalcanzable por los métodos algorítmicos, para dar razón de por qué pueden o no resolverse. Ejemplo clásico: el problema de hallar una resolvente para la ecuación de quinto grado. Después de un primer intento infructuoso, Abel abandonó la pregunta: "¿Cuál es la resolvente de una ecuación de quinto grado algebraica?", por esta otra "¿Qué condiciones han de cumplir las raíces de una ecuación para que ésta tenga solución?" Pero con esta pregunta se está en otro plano: las permutaciones de las raíces responden a la estructura de grupo. Un teorema de Cauchy, que utiliza Abel, indicaría que un grupo simétrico de cinco elementos tiene todos sus subgrupos de índice cinco, salvo el alternado que tiene índice dos. Esta es la razón de la imposibilidad de resolver algebraicamente la quíntica, salvo casos particulares.

Matemáticas modernas

La inversión como método posibilitó la aparición de nuevos haceres matemáticos, tales como la geometría pura o sintética, la geometría diferencial, el cálculo de variable compleja, la teoría de números, el álgebra como resolución de ecuaciones y eliminación en su vertiente geométrica y la coexistencia con los anteriores haceres que se convierten, a partir de las rupturas, en "clásicos".

[5] En una carta a D`Alambert, de 21 de Septiembre de 1781, Lagrange sostuvo que muy poco quedaba por hacer en la matemática, disciplina ante el cierre, frente a los desarrollos de la química y la física. Lagrange diagnosticaba en esa carta el agotamiento de la matemática limitada al mero desarrollo algorítmico (De Lorenzo, 1977, p. 39-40).

Hacia 1875 se produjo una ruptura, tanto con los marcos surgidos hacia 1827 como con los que coexistieron con la misma. Así, Klein y Lie se van a ocupar del hacer geométrico; pero, al invertirlo, lo convertirían en un hacer algebraico. Pash convierte a la geometría moderna en un hacer puramente axiomático, deductivo, independiente de cualquier aplicación a espacio alguno, aunque mantiene el empirismo de que los axiomas se obtienen por abstracción de las propiedades de la naturaleza. En conclusión, vinieron a acentuarse las rupturas y a radicalizarse el proceso de inversión. Continuó la creación de nuevas disciplinas como la Teoría de Conjuntos, la Teoría de Funciones de Variable Real, la Teoría de la Medida, la geometría diferencial cualitativa, los espacios métricos, la topología, la topología combinatoria, la geometría algebraica. Pero es en este entorno y debido a su propia evolución interna (en el que juega un gran papel la aparición de las geometrías no euclídeas), cuando las matemáticas recobraron su autonomía intelectual y se sacudieron de su dependencia de la Física y las otras Ciencias Naturales.

El entorno de ruptura de 1939

La utilización sistemática de la teoría de conjuntos (en la mayoría de los casos en la versión intuitiva) y del método axiomático, bajo la égida de la idea de estructura, condiciona en gran medida el trabajo en cada disciplina matemática. A esto se suma la ideología intrínseca a estos instrumentos y al marco creado por la ruptura: el formalismo y la aritmetización para evitar la intuición sensible, o sea, la geométrica, no admitida sino como mero auxiliar. De estos condicionantes resulta la preponderancia de dos grandes líneas: la topológica y la algebraica, líneas que concentran el esfuerzo de la mayoría de los matemáticos en los primeros años del siglo XX; esfuerzo que hacia 1939 evidenciaba un cierto agotamiento en ambas líneas.[6]La ruptura se centra ahora no en objeto individual ni el conjunto y sus elementos, sino en considerar la estructura como el objeto del hacer matemático. La metodología Bourbaki es el paradigma de esta ruptura y lleva al surgimiento de nuevas estructuras como el álgebra topológica y la topología algebraica.

[6] Hermann Weyl expresa en 1931 el agotamiento del marco en que había trabajado y después de hacer un balance de su trabajo en topología y álgebra (De Lorenzo, 1977, p. 91-92).

Matemáticas contemporáneas

Siendo la metodología la axiomática y el objeto la estructura, hay que tener en cuenta una nueva concepción: los elementos de cada conjunto son indeterminados, pero a partir de las estructuras generales van a surgir las demás, al particularizarse, al individualizarse. De manera que tenemos una nueva inversión que crea un nuevo objeto y que permite, desde esta creación, caracterizar las limitaciones del objeto antiguo. La nueva técnica destaca en la noción de estructura las partes y elementos notables, las relaciones notables, las aplicaciones notables así como los sub-objetos, objetos-cociente, objetos-producto y los mecanismos para pasar al cociente por una sub-estructura. Sobresalen en esta técnica los morfismos de estructuras.

Independientemente del deseo de unificación propuesto por Bourbaki, se crean otra serie de disciplinas: geometría-topología diferencial, geometría algebraica abstracta, teoría de categorías, teoría de las distribuciones, desarrollo de la lógica matemática y los problemas computacionales.

Albert Lautman (2011) detectó algunos rasgos específicos de las matemáticas avanzadas que no se dan en las matemáticas elementales:

- Compleja jerarquización de las diversas teorías matemáticas.
- Riqueza de modelos
- Unidad de métodos estructurales y de polaridades conceptuales.
- Dinámica del hacer matemático, entre lo libre y lo saturado, atento a la división y a la dialéctica.
- Enlace teoremático entre lo que es múltiple en un nivel y lo que es uno en otro nivel, mediante procesos mixtos, ascensos y descensos.

Para Zalamea (2009), que presenta y analiza en detalle estos criterios de Lautman, las matemáticas contemporáneas, que conservan las características de lo moderno [de (i) a (v)], poseen otros elementos de distinción:

- [Vi] impureza estructural de la aritmética (conjeturas de Weil, programa de Landglands, teoremas de Deligne, Faltings y Wiles, etc.);
- Geometrización sistemática de todos los entornos de las matemáticas

(haces, homologías, cobordismo, lógica geométrica, etc.);

- Esquematización y liberación de restricciones conjuntistas, algebraicas o topológicas (grupoides, categorías, esquemas, motivos, etc.);
- Fluxión y deformación de los linderos usuales de las estructuras matemáticas (no linealidad, no conmutatividad, no elementalidad, cuantización, etc.);
- Reflexividad de teorías y modelos sobre sí mismos (teorías de la clasificación, teoremas de punto fijo, modelos monstruo, clases elementales/ no elementales, etc.) (Zalamea, 2009, p. 31)

Zalamea[7] estudia el trabajo creador de grandes matemáticos contemporáneos (Grothendieck, Serre, Langlands, Lawvere, Shelah, Atiyah, Lax, Connes, Kontsevich, Freyd, Simpson, Gromov y Zilber) que se sitúan en las cinco líneas anteriores.

Esta visión panorámica permite una primera conclusión:

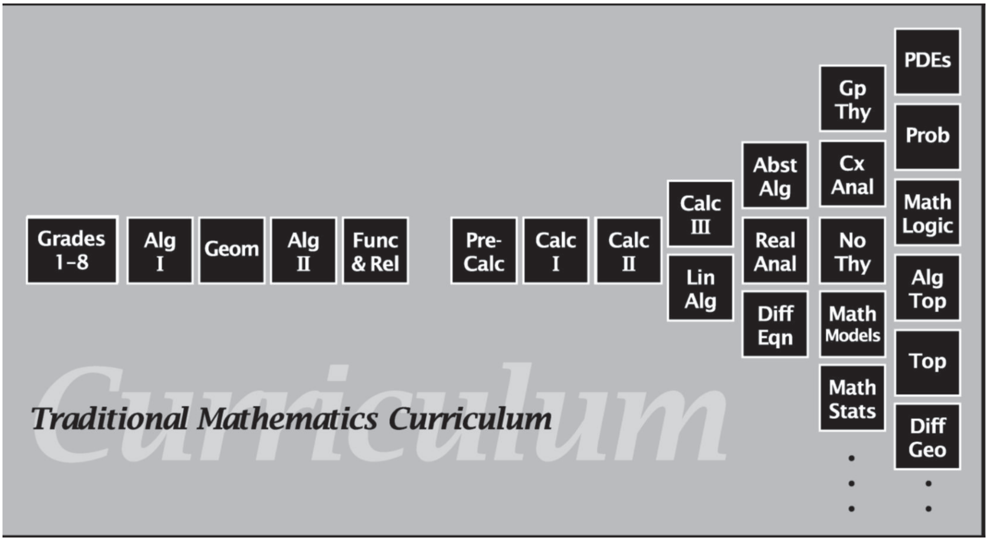
En los momentos actuales, las matemáticas son un sistema abierto y complejo de lenguajes (y metalenguajes) escritos, no orales, formalizados o informales, caracterizados por su abstracción, generalidad, interacción, diversidad de enfoques teóricos e ideológicos, precisión relativa a un contexto y la posibilidad de ser aplicados a un gran número de disciplinas o situaciones. Estos lenguajes pueden ser decidibles (la teoría de grupos abelianos, la geometría hiperbólica, etc.) o indecidibles (la teoría de conjunto de Zermelo-Fraenkel, la teoría de cuerpos ordenados, etc.). Existe, además, una gran interacción de las matemáticas con las otras ciencias, de las diferentes ramas de las matemáticas entre sí y con la ciencia del computador.

Se plantea el esquema tradicional de un currículo de matemáticas porque permite de una manera práctica ver cómo un programa incorpora asignaturas correspondientes a los períodos propuestos por Zalamea.

---

7 Villaveces (2010) en su excelente reseña del libro de Zalamea anota que entre los autores escogidos por éste hay un gran ausente: Ehud Hrushovski (p.6), quien es el puente entre la teoría de modelos y la geometría de Tao y Gromov. Villaveces resalta la valentía intelectual de Zalamea de explicar algunos autores contemporáneos cuya obra, según muchos especialistas, tan sólo podría ser entendida en las próximas décadas (p.4).

Figura 1. Esquema tradicional del currículo matemático



Fuente: O´Shea y Pollatsek (1997, p. 564-570).

La estructura curricular tradicional produce temores; y por tanto, en general, desmotiva. Los estudiantes con dificultades conceptuales, pero con alta tolerancia al trabajo escolar de la secundaria, se concentran en la técnica, con lo cual pueden sobrevivir en los primeros cursos de cálculo; pero la falta de herramientas conceptuales les impide beneficiarse de cursos más avanzados y proseguir una carrera científica.

El plan de estudios tampoco sirve a los estudiantes competentes que deciden no profundizar en matemáticas, ya que no tienen tiempo para completar la secuencia de cálculo y álgebra lineal, y quienes logran hacerlo carecen de tiempo para otros cursos de matemáticas que podrían servir a los estudiantes y estimular su imaginación. Los estándares de la secuencia cálculo-álgebra lineal no han tenido en cuenta las necesidades de los estudiantes que no continuarían con cursos de matemáticas.

¿Cuál es, entonces, el efecto sobre quienes estudian matemáticas como carrera? En primer lugar, la estructura curricular tradicional es menos que óptima. Los estudiantes que no van a la escuela de posgrado en matemáticas o de ciencia, no van a encontrarse con la gama de ideas de la matemática moderna sino tardíamente. Rara vez estas ideas son utilizadas y rara vez tienen suficiente tiempo para su dominio real. Lo que queda es solamente la noción vaga de que las ideas modernas requieren años, y deben ser precedidas por el estudio preliminar de cálculo-álgebra lineal.

Muchos de estos estudiantes se convierten en maestros de las matemáticas escolares y, sin quererlo, propagan la visión estrecha de las matemáticas que han experimentado.

Los estudiantes de matemáticas que van a graduarse como doctores son los únicos que cosechan la recompensa por sus años de estudio preparatorio. En el proceso de hacer su investigación doctoral, experimentarán las matemáticas como un campo de la vida: con pequeñas luces del conocimiento encontrarán grandes problemas científicos. Pero, incluso entre estos estudiantes, el plan de estudios impide ver la riqueza y profundidad de la disciplina, en particular, que la matemática es un campo en el que los recién llegados pueden hacer contribuciones sustanciales.

Pocas veces nos preguntamos si hemos aprendido las matemáticas a pesar de la estructura rígida y desfasada del plan.

Estrategias sugeridas para el mejoramiento del currículo tradicional

- Fijar la secuencia precálculo/cálculo de manera flexible de acuerdo a las necesidades profesionales de los estudiantes.
- Agregar cursos de entrada de buen nivel que incrementen la madurez matemática y den sólidas herramientas conceptuales y técnicas para la vida y futuros cursos de matemáticas. Los temas podrían ser la estadística, la geometría, el álgebra y la teoría de números.
- Incrementar el acceso a los cursos de matemática avanzada.
- Agregar un programa para estudiantes que planeen un doctorado en matemáticas.

Propuesta de mejoramiento Curricular de O'Shea y Pollatsek

Cualesquiera que sean, dos cursos de la misma columna (ver Tabla 1) pueden ser tomados al mismo tiempo o independientemente. Uno o dos cursos en una columna sirven como prerrequisito para un curso en la columna a la derecha. Un solo curso en la primera columna da acceso a la segunda columna, y desde cualquier lugar en la columna i es siempre posible moverse a algún curso de la columna i+.

Tabla 1

	Data Anal	**Jr-Sr Stat Crses**	
QR	Calc II	Prob	**Usual Jr-Sr Level Crses**
Calc I	MultiCalc	Real Anal	
No Thy	Lab	Abs Alg	
Geom	Disc Math	FIPSE Crses	
Alg	Lin Alg		

Fuente: O´Shea y Pollatsek (1997).

Utilización de las TIC en la investigación y enseñanza de las matemáticas

El computador y la web han irrumpido con gran impacto en la praxis matemática: demostraciones de conjeturas como la de los cuatro colores, trabajo colaborativo en red para planear y resolver problemas, aparición de revistas o*n line,* software para toda clase de algoritmos y las técnicas de demostración automática de teoremas (De Lorenzo, 1998).

Si el ordenador es el "intruso", según Steen (1990), que ha modificado la ecología y el quehacer matemático, se plantea la cuestión de cómo este impacto debería modificar la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina. Nuestra convicción es que el ordenador no puede verse como el "intruso" sino como "el huésped que se incorpora a la familia". Por tanto, planteamos una enseñanza de las matemáticas con el apoyo de software robustos de computación (MatLab, Wolfram, etc.) y software gratuito de la red, una enseñanza centrada en la conceptualización, el análisis de las hipótesis y conjeturas, los esquemas de demostración y las aplicaciones.

La formación de educadores a nivel básico y medio en América Latina y la pertinencia del esquema

En el estudio de la Oficina Regional de la Internacional de la Educación para América Latina, La formación docente en América Latina (La Formação docente na América Latina), se lee: "Estamos en presencia de un no-sistema de formación docente. Esa ausencia contribuye a la no existencia de objetivos y procesos precisos y claros y por lo tanto, empuja a la obtención de resultados deficientes, anárquicos y no pertinentes" (Oficina Regional de la Internacional de la Educación para América Latina, 2010, p.5).

Este estudio no sólo constata la inexistencia de sistemas de formación docente en los países analizados por subregión (Nicaragua por Centroamérica, República Dominicana por El Caribe, Perú por la Zona Andina y Chile por el Cono Sur), sino que señala que la calidad de la formación docente y de la educación en general es otro de los debates pendientes y que se impone una visión más o menos implícita de calidad que se alimenta de la llamada formación del "capital humano", mediante pedagogías instrumentales destinadas a la generación de "competencias" funcionales del capitalismo globalizado hegemónico, competencias supuestamente medibles a través de pruebas nacionales estandarizadas. Este estudio, que contó con el apoyo financiero del Sindicato de la Educación de Noruega (UEN) y de la Internacional de la Educación, plantea la deconstrucción[8] del concepto de "competencia" y el desarrollo de una intensa discusión sobre el tema de la calidad en el seno

[8] Ser postmoderno es contribuir a reconstruir, deshacer todo lo que queda o resta del viejo mundo; de ahí la obsesión de los intelectuales de vanguardia con la deconstrucción. El presupuesto consiste en un vasto deshacer de la mentalidad occidental (en vez de deshacer se emplean estos términos: deconstrucción, descentramiento, desaparecimiento, diseminación, desmitificación, discontinuidad, ***différance***, dispersión, etc.). Estos términos representan un rechazo ontológico del tradicional sujeto pleno de la filosofía occidental. Recordemos que Derrida afirma que todo pensamiento occidental funciona mediante pares de opuestos binarios (hombre/mujer; espíritu/materia; naturaleza/cultura, etc.) en que uno es privilegiado, luego se fija el juego del sistema y se margina al otro componente. La *deconstrucción* es una práctica política para subvertir la jerarquía original y permitir que el opuesto marginado quede como dominante, pero esta nueva jerarquía es también inestable y nos entregamos entonces al libre juego de los opuestos binarios sin preocuparnos de su jerarquía. Esto equivale a la posibilidad de múltiples lecturas.

de la comunidad educativa y con la sociedad en general, en un contexto de convergencia del concepto de democracia participativa, desarrollo equitativo, incluyente y ecológicamente sustentable.

En la ponencia de Cruz (2006) se describe el Proyecto Tuning en América Latina (18 países y 182 universidades), el trabajo realizado por el Grupo de Matemáticas de dicho Proyecto (15 universidades), la evaluación y formación por competencias en los programas de matemáticas en Colombia; y se adelantan algunas conclusiones. El grupo describe 27 competencias genéricas y 23 competencias específicas para la formación matemática que fueron resultado de la consulta aplicada a 415 académicos, 304 graduados y 679 estudiantes. En esta consulta se encuentran por debajo en importancia las realizadas con el conocimiento básico del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, de la evolución histórica de los conceptos y con la capacidad de participar en la elaboración de los programas de formación (Díaz Villa, 2006, p. 48-89).

Los contenidos matemáticos de formación en el Proyecto se clasifican por componentes, de la siguiente manera:

- Componente analítica básica: Cálculo; Ecuaciones Diferenciales.
- Componente algebraica básica: Álgebra Lineal; Geometría Elemental; Geometría Analítica.
- Componente aleatoria y numérica básica: Métodos Numéricos; Probabilidad.
- Componente analítica profesional: Variable Compleja; Análisis Matemático; Topología.
- Componente algebraica profesional: Álgebra Abstracta; Teoría de Números.

La visión de la Oficina Internacional de la Educación y la del Proyecto *Tu*ning para América Latina son enfoques contrapuestos que nos ayudan a comprender el contexto en que se mueven los procesos de formación en esta región; y reafirman nuestras convicciones en el asunto particular de los contenidos de los programas de formación de educadores matemáticos latinoamericanos.

Un balance de la educación matemática superior en América Latina

En el estricto campo de la educación matemática universitaria (Paz, 2006, p. 14-25) ha habido una preeminencia de las aproximaciones constructivistas basadas en el trabajo de Piaget. Estas aproximaciones constructivistas han permitido a la gente tener una nueva mirada sobre el aprendizaje, mostrando que éste no puede ser reducido a un simple proceso de transmisión de datos. Lo que puede ser aprendido está muy constreñido por las concepciones iniciales de los sujetos, por las situaciones que les son propuestas y los medios de acción que les son dados para estas situaciones. Estos factores han contribuido de esta manera con los límites de las estrategias de enseñanza que atribuyen un papel dominante a lo que el profesor dice. Pero las aproximaciones constructivistas no tienen en cuenta suficientemente la dimensión social y cultural del aprendizaje.

El trabajo de Piaget ha sido extendido por Dubinsky (2000), entre otros, al ámbito de pregrado e incluye la acción-proceso-objeto (teoría APOS) como idea de formación. De manera similar, Sfard (1991) describe la transición desde procesos operacionales a concepciones estructurales (objeto). Se crea el término "procepto" para capturar la naturaleza dual de proceso-objeto de muchos conceptos matemáticos. Los niveles de Van Hiele de pensamiento, desarrollados al principio, para describir el aprendizaje de la Geometría en los niños, ahora tienen aplicaciones más amplias. También se ha aplicado el modelo de Van Hiele al concepto de "continuo".

La intervención de lo social y lo cultural relativiza el análisis cognitivo clásico en la teoría de situaciones didácticas, establecida por Brousseau (1997). En la teoría antropológica de Chevallard (1992), el énfasis está en las dimensiones institucionales de aprendizaje en las que emergen nuestras relaciones con los objetos matemáticos. Otros puntos de vista se entrecruzan con las aproximaciones culturales y sociales. Ante este panorama de complejidad, parecen acertadas dos tesis de Díaz Godino (2000):

- Existe una gran confusión en las agendas de investigación y en los marcos teóricos y metodológicos disponibles, situación propia de una disciplina emergente como la Educación Matemática.

- Existe un divorcio muy fuerte entre la investigación científica que se está desarrollando en el ámbito académico y su aplicación práctica a la mejora de la enseñanza de las matemáticas

Al diseñar los cursos universitarios postulamos la efectividad de la transposición didáctica de Chevallard (1991), si bien con una conveniente adecuación al contexto de la educación superior. Los interrogantes sobre la enseñabilidad de una disciplina matemática universitaria serían:

¿Existe una demanda social por el mejoramiento de la enseñanza de la disciplina? ¿Es la disciplina en cuestión una matemática significativa y profunda para ser enseñada a los maestros en formación? ¿Qué elementos históricos y epistemológicos constituirían la epistemología artificial, el resumen mejorado de la construcción histórica de esta disciplina? ¿Por qué manipular la variable saber con dicha disciplina? ¿Por qué no hacerlo con otra novedad matemática? Fundamentada la posibilidad y la conveniencia de la enseñanza de la disciplina, quedaría aún esta pregunta, ¿Qué significa una transposición didáctica satisfactoria de esta disciplina al ámbito de la formación del profesional respectivo en una perspectiva pedagógica?

Las estrategias metodológicas del proyecto de aplicar satisfactoriamente la transposición didáctica a una disciplina matemática universitaria se podrían agrupar en cuatro fases:

- FASE I. Exploración y recolección de información para determinar la pertinencia o no de la enseñanza de la disciplina.
- FASE II. Diseño de varias alternativas de transposición didáctica de la disciplina.
- FASE III. Evaluación de las alternativas.
- FASE IV. Selección de la mejor alternativa.

Ahora bien, en la práctica es posible encontrarse con varias alternativas satisfactorias y, en vez de seleccionar la “mejor”, podrían ensamblarse en un hipertexto o multimedia con otros dispositivos didácticos adecuados (videos, películas, casos, materiales de apoyo).

De todas maneras, los enfoques didácticos aplicados para el diseño del currículo de las matemáticas en la educación superior se atienen, en cuanto a contenidos, en el mejor de los casos, a reproducir el esquema tradicional de O'Shea y Pollatsek; y, en el peor de los casos, a empobrecerlo. Solamente en la formación de matemáticos puros y algunas carreras de formación profesional de excelencia se rompe en algunos casos el esquema tradicional. Esta apreciación se puede comprobar inicialmente en una entrevista estructurada a responsables de planes de estudios; y en una pequeña muestra de universidades colombianas, en el trabajo de grado de Henry Candelo[9], muestra que se va a extender a otras instituciones del país y de otros países latinoamericanos.

Conclusiones y recomendaciones

Estamos de acuerdo con la Oficina Internacional de la Educación en la inexistencia de sistemas de formación docente en América Latina o en la presencia de sistemas en construcción con graves vacíos en la calidad y con el predominio de una visión implícita de calidad que se nutre de la teoría del "capital humano" y de pedagogías instrumentales destinadas a la generación de "competencias" funcionales del capitalismo globalizado hegemónico, competencias supuestamente medibles a través de pruebas nacionales estandarizadas.

Se constata el predominio del Proyecto Tuning en matemáticas para América Latina en los planes de formación de educadores. Aunque el Proyecto constituye una importante movilización de las universidades del continente, la adopción acrítica de las propuestas Tuning no contribuye a soluciones adecuadas y satisfactorias del problema de formación de educadores. No es pertinente la adopción de competencias genéricas y específicas por la metodología de la encuesta, sin mediar un debate de expertos e interesados en la historia, la epistemología, la pedagogía, la didáctica y el desarrollo de las matemáticas. Esta adopción debería ser el fruto de una indagación colectiva inter y

9 El trabajo de grado de Henry Candelo Blandón en la Maestría en Educación Superior se denomina "Análisis curricular de la formación de docentes de matemáticas". Su principal hipótesis consiste en que la formación matemática universitaria no supera el ámbito moderno, sin llegar al contemporáneo. La muestra representativa inicial de universidades comprende la Universidad del Valle, la Universidad Industrial del Santander, la Universidad de Antioquia, la Universidad Nacional de Colombia, la Universidad de los Andes, la Universidad Javeriana, la Universidad Sergio Arboleda, la Universidad del Cauca y la Universidad Santiago de Cali.

transdisciplinaria, dado el importante carácter social de las matemáticas. El horizonte de los contenidos matemáticos que plantea el Proyecto no llega sino hasta las matemáticas modernas, con omisión de puentes hacia el ámbito de las matemáticas contemporáneas. Esta omisión contradice la recomendación de Klein (2006), quien mostraba el enriquecimiento en la enseñanza al ver las matemáticas elementales desde un punto de vista superior.

Para evaluar los contenidos de un programa de formación de profesores de matemáticas partimos del esquema del currículo tradicional con el propósito de estimar cualitativamente la proximidad o lejanía en el plan de este esquema (completamente próxima, adecuadamente próxima, aceptablemente próxima, deficientemente próxima o lejana). Las dos primeras valoraciones asegurarían unos contenidos matemáticos que cubrirían al menos los ámbitos elementales, clásicos y modernos, pero con los inconvenientes señalados al esquema tradicional. Por tanto, queda planteado un rediseño curricular que siga las orientaciones de mejoramiento de O'Shea y Pollatsek, pero con el apoyo e interacción de herramientas informáticas adecuadas y potentes.

Las asignaturas de un plan de formación de maestros en su contenido matemático deben ser presentadas con el apoyo de software robustos y del software gratuito de la red para desarrollar una enseñanza y un aprendizaje centrados en la conceptualización, el análisis de las hipótesis y conjeturas, los esquemas de demostración y las aplicaciones.

Los planes de matemáticas en formación superior en América Latina, ya sea como énfasis central o complementario, se ven afectados en los contenidos por el esquema tradicional de currículo de O'Shea y Pollatsek (1997), con consecuencias negativas.

Es necesario que el diseño curricular incorpore tres componentes: contenidos matemáticos, pedagogía y tecnología, en sus interacciones con los diversos contextos (Mishra y Koehler, 2008). Estas interacciones deben ser cuidadosamente examinadas y desarrolladas en el currículo.

En las condiciones actuales, un diseño curricular debe ser visto como punto de partida de una investigación permanente sobre sus efectos en la formación para que sea actualizado de manera oportuna.

Referencias bibliográficas

Arendt, H. (2005). *La condición humana*. Barcelona: Paidós.

Brousseau, G. (1997). *The Theory of Didactic Situations*. Dordrecht: Kluwer.

Castoriadis, C. (1997). *La ontología de la creación*. Bogotá: Ensayo & Error.

__________. (2002). *Figuras de lo pensable*. México: Fondo de Cultura Económica.

Chevallard, I. (1991). *La transposición didáctica*. Buenos Aires: AIQUE.

__________. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 12. pp. 73-128.

Cruz, R. (2006). *El Proyecto Tuning América Latina y las competencias a desarrollar en la formación del matemático*. Recuperado de www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-114005_archivo.ppt

Davis, P. y Hersh, R. (1988). *Experiencia matemática.* Barcelona: Labor.

De Lorenzo, J. (1977). *La matemática y el problema de su historia*. Madrid: Tecnos.

De Lorenzo, J. (1998). *La matemática: de sus fundamentos y crisis*. Madrid: Tecnos.

Díaz, Godino. (2000). *Teoría de la Educación Matemática*. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgordino/

Díaz Villa, M. (2006). *Educación Superior: Horizontes y valoraciones relación PEI-ECAES*. Cali: ICFES-Universidad San Buenaventura.

Dieudonné, J. (1988). Matemáticas vacías y matemáticas significativas. *Pensar la matemática*. Barcelona: Tusquets, pp.167-193.

Frenkel, E. (2015). *Amor y matemáticas*. Bogotá: Ariel.

Klein, F. (2006). *Matemática elemental desde un punto de vista superior*. Madrid: Nivola.

Lautman, A. (2011). *Ensayos sobre la dialéctica, estructura y unidad de las matemáticas modernas*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Mishra, P. y Koehler, M. (2008). Introducing Technological Pedagogical Content Knowledge. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New York City.

Oficina Regional de la Internacional de la Educación para América Latina. (2010). La formación docente en América Latina (La Formação docente na América Latina). San José de Costa Rica: Naso.

Pastor, R. (1951). *Historia de la matemática*. Buenos Aires: Espasa-Calpe.

Paz, A. (2006). *Problemas y perspectivas de la educación matemática universitaria*. Cali, Universidad Santiago de Cali.

___________. (2010). Una revisión de la noción de competencia en la universidad de hoy: de Platón a Castoriadis y a Llinás. *La universidad de hoy* (Libro no publicado).

O'Shea, D. y Pollatsek, H. (1997). Do we need prerequisites? *Notices of the Ams*, V.44. N.5. p. 564-570.

Sfard, A. (1991). "On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin". *Educational Studies in Mathematics*, 22. pp. 1-36.

Steen, L. (1990). *On the Shoulders of Giants*. Washington D. C.: National Academy Press.

Villaveces, A. (2010). Reseña de "Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas" de Fernando Zalamea. *Ideas y valores*, V.59. N.142. pp. 174-182.

Zalamea, F. (2009). *Filosofía sintética de las matemáticas*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.